ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტი

კომპიუტერულ მეცნიერებათა დეპარტამენტი

გამოყენებითი ინფორმატიკის კათედრა

გვანცა წულაია

ნაშრომი დოქტორანტის I სემინარის კრედიტების მოსაპოვებლად

გადაწყვეტილების მიღების აგრეგირების ოპერატორები და სქემები ფაზი – განუზღვრელ გარემოში

სადოქტორო პროგრამა: კომპიუტერული მეცნიერება

სამეცნიერო ხელმძღვანელები:

პროფ. გია სირბილაძე,

ასოც. პროფ. ირინა ხუციშვილი

თბილისი

2014

სარჩევი

შესავალი 3

თავი I. კვლევის მიზანი და ამოცანები... 4

თავი II. კვლევის მეთოდოლოგია 5

§2.1. ფაზი-სიმრავლეები, ოპერაციები ფაზი-სიმრავლეებზე,

ფაზი–რიცხვები, ფაზი-ოპერატორები, ფაზი-მიმართებები,

ფაზი-ლოგიკური დასკვნის წესები 5

§2.2. დემპსტერ-შეიფერის ნდობის სტრუქტურა. დემპსტერ–შეიფერის

ტემპორალიზებული ნდობის სტრუქტურის აღწერა.. 33

§2.3. მრავალჯერადი ატრიბუტული გადაწყვეტილების მიღების

სისტემები (MADM-ის ამოცანა) 37

თავი III. კვლევის მოსალოდნელი შედეგები 47

დასკვნა.. 48

გამოყენებული ლიტერატურა.. 49

შესავალი

ნაშრომი შექმნილია სადოქტორო პროგრამის დოქტორანტის სასემინარო კრედიტების მოპოვების მიზნით. განიხილება ჩემი სადოქტორო პროექტის შესავალი ნაწილის პრობლემატიკის მიმოხილვითი საკითხები.

I თავში წარმოდგენილია საკვლევი თემის მიზნები და ამოცანები.

II თავი დათმობილი აქვს კვლევის მეთოდოლოგიას და განხილულია კვლევის საწყისი ძირითადი ეტაპები, ისეთ საბაზისო საკითხებზე როგორიცაა: 1) ფაზი-სიმრავლეები, ოპერაციები ფაზი-სიმრავლეებზე, ფაზი–რიცხვები, ფაზი-ოპერატორები, ფაზი-მიმართებები, ფაზი-ლოგიკური დასკვნის წესები; 2) დემპსტერ–შეიფერის ტემპორალიზებული ნდობის სტრუქტურა; 3) მრავალჯერადი ატრიბუტული გადაწყვეტილების მიღების სისტემები (MADM-ის ამოცანა);

III თავი ეთმობა საკვლევი თემის მოსალოდნელ შედეგებს.

ნაშრომი მთავრდება დასკვნით და გამოყენებული ლიტერატურით.

თავი I. კვლევის მიზანი და ამოცანები

გადაწყვეტილების მიღების რთულ ამოცანებში, განუზღვრელ პირობებში, როდესაც ობიექტური მონაცემები არასაკმარისია ან საერთოდ არ არსებობს და არსებული მონაცემები მხოლოდ ექსპერტული ბუნებისაა, ეს უკანასკნელი წარმოდგენილი იქნება შემდეგი ორი პოლუსით: ერთი მხრივ ეს არის ფაზი-უზუსტობის კატეგორიები: ფაზი-სიმრავლეები, ფაზი-რიცხვები, ფაზი-მიმართებები, ხოლო მეორე მხრივ ეს არის ფაზი-განუზღვრელობის ზომები, როგორიცაა: შესაძლებლობითი ზომები, დემპსტერ-შეიფერის ნდობის სტრუქტურა, ალბათური ზომები, სუჯენოს λ ზომები და სხვა.

საჭიროა შევიმუშაოთ გადაწყვეტილების მიღების აგრეგირების თანამედროვე ინსტრუმენტები (ოპერატორები, სქემები და ა.შ.), რომლებიც კონდენსირებას გაუკეთებენ აღნიშნულ პოლუსებს შესაძლო გადაწყვეტილებების, ალტერნატივების სკალარულ (რიცხვით) სიდიდეებში. ეს სიდიდეები ქმნიან ალტერნატივების არჩევის ოპტიმალურ გზებს. ცხადია ეს შესაძლებლობები რანჟირებას გაუკეთებს ალტერნატივებს საუკეთესოდან უარესი გადაწყვეტილებისკენ.

დღევანდელ დღეს გადაწყვეტილების მიღების აგრეგირების ინსტრუმენტებიდან გამორჩეულია ე.წ. OWA-ს ტიპის ოპერატორები, რომლებიც კლასიკურ ვარიანტში აგრეგირებას უკეთებენ ობიექტურ განუზღვრელ, ალბათურ გარემოს. ჩვენს მიერ განვითარდება OWA-ს ტიპის ახალი განზოგადოებები, როდესაც განუზღვრელობის და უზუსტობის პოლუსები წარმოდგენილი იქნება ფაზი-გარემოში. როგორიცაა: ფაზი-უზუსტობების შემთხვევა, რაც გულისხმობს მონაცემების წარმოდგენას ფაზი-სამკუთხა ან ფაზი-ტრაპეციულ რიცხვებში. ფაზი-განუზღვრელობის პოლუსი კი წარმოდგენილი იქნება ისეთი მონოტონური (ფაზი) ზომებით, როგორიცაა: შესაძლებლობის ზომა, დემპსტერ-შეიფერის ნდობის სტრუქტურა, სუჯენოს λ ზომა და ა.შ.

შესწავლილი იქნება გადაწყვეტილების მიღების აგრეგირების ოპერატორები. შესწავლილი იქნება როგორც გასული წლების ასევე თანამედროვე სამეცნიერო ლიტერატურა. აქცენტი გაკეთებული იქნება OWA-ს ტიპის აგრეგირების ოპერატორზე და მათ განზოგადოებებზე განუზღვრელ გარემოში, როდესაც საექსპერტო ინფორმაციის უზუსტობა წარმოდგენილი იქნება ფაზი-სიდიდეებით, ხოლო განუზღვრელობის

ზომად კი აღებული იქნება მონოტონური ფაზი ზომები. აგებული იქნება OWA-ს ტიპის აგრეგირების ოპერატორების ისეთი ინფორმაციული ზომები, როგორიცაა ORNESS, BALANS, DEV, ENT და სხვა. შესწავლილი იქნება მათი ანალიზური თვისებები და გამოიყოფა მათი გამოყენებების ასპექტები.

კვლევის მეორე, შემდგომი მიმართულებაა კონკრეტული ევრისტიკული გადაწყვეტილების მეთოდებში, როგორიცაა: დისკრიმინაციული ანალიზი, ექსპერტონების მეთოდი და სხვა, ჩვენ მიერ განზოგადოებული აგრეგირების ოპერატორების ჩანერგვა და მათი ტემპორალურ სქემებზე გადაყვანა გადაწყვეტილების მიღების რისკების შემცირების მიზნით. ექსპერტული ინფორმაციის დაზუსტების მიზნით კონსენსუსების გარემოს აგება და მათი წარმოდგენა ექსპერტული ცოდნის წარმოდგენის ტემპორალურ დემპსტერ-შეიფერის სტრუქტურაში.

თავი II. კვლევის მეთოდოლოგია

§2.1. ფაზი-სიმრავლეები, ოპერაციები ფაზი-სიმრავლეებზე, ფაზი–რიცხვები, ფაზი-ოპერატორები, ფაზი-მიმართებები, ფაზი-ლოგიკური დასკვნის წესები.

2.1.1. ფაზი-სიმრავლეები. ადამიანის ინტელექტის საოცარი თვისებაა არასრული და არამკაფიო ინფორმაციის პირობებში მიიღოს ზუსტი გადაწყვეტილება. ადამიანის აზროვნებას მიახლოებული მოდელების აგება, მათი მომავალი თაობათა კომპიუტერულ სისტემებში გამოყენება დღევანდელი მეცნიერების ერთ-ერთი უმთავრესი პრობლემაა.

ამ მიმართულებით 45 წლის წინ მნიშნელოვანი ნაბიჯი გადადგა წინ კალიფორნიის (აშშ) უნივერსიტეტის (ბერკლი) პროფესორმა ა. ზადემ (Lotfi A. Zadeh). მისმა ნაშრომმა „Fuzzy Sets“, რომელიც 1965 წელს ჟურნალ „Information and Control [1]“-ში დაიბეჭდა, ადამიანის ინტელექტუალური საქმიანობის მოდელირებას ჩაუყარა საფუძველი, რამაც არსებული ზოგიერთი მათემატიკური თეორიის ახალ ინტერპრეტაციას მისცა ბიძგი.

კლასიკურ მათემატიკაში ობიექტი ან ეკუთვნის სიმრავლეს ან არა.

ადამიანი აზროვნებს არამკაფიო კატეგორიებით.

მაგალითად: მაღალი, წითელი, ლამაზი, კომფორტული. როგორ გამოვსახოთ ეს მათემატიკურ ენაზე და ამავდროულად დავრჩეთ მკაცრ მათემატიკურ ჩარჩოებში?

სწორედ ა. ზადეს უდიდესი დამსახურებაა ასეთი ძირითადი პრინციპის ჩამოყალიბება: ელემენტის მიკუთვნება რაიმე კლასისადმი ხდება არა ნახტომისებურად $\{0;1\}$, არამედ მდორედ $[0;1]$.

განზოგადოება $\{0;1\}$ კონტინიუმამდე $[0;1]$ და ელემენტის მიკუთვნება სიმრავლისადმი გამოიხატება რიცხვით $[0;1]$ ინტერვალიდან [2, 3, 5].

ასეთ სიმრავლეებს უწოდა მან ფაზი (არამკაფიო) სიმრავლეები და მათზე შემოიღო მთელი რიგი ოპერაციები. შემოიღო რა ე.წ. "ლინგვისტური ცვლადის" ცნება და დაუშვა, რომ მისი მნიშვნელობები (ტერმები) ფაზი სიმრავლეებია, ზადემ ააგო ინტელექტუალური საქმიანობის აქტივობის აღმწერი აპარატი, რომელიც უზრუნველყოფს მოცემული განუზღვრელობის პირობებში აქტივობის შედეგების რაოდენობრივ აღწერას.

ფაზი სიმრავლეების მათემატიკური თეორია, რომელიც ზადემ შემოგვთავაზა ფაზი ცნებებისა და ცოდნის აღწერის, ასევე ამ ბაზაზე ოპერირებისა და გადაწყვეტილების მიღების საშუალებას იძლევა. ცხადია ამ თეორიაზე დაფუძნებული ახალი კომპიუტერული სისტემები აფართოებენ მომავალი თაობების კომპიუტერების გამოყენების არეალს, რაც ბოლო პერიოდში ფაზი ლოგიკის სწრაფმა განვითარებამ განაპირობა.

განმარტება 2.1.1.1: **ფაზი (არამკაფიო) სიმრავლე** (Fuzzy Set) A–ს X–ზე ეწოდება წყვილთა ერთობლიობას $(x,\mu_A(x))$, სადაც $x\in X$, $\mu_A(x)\,|\,X\to[0,1]$. ფუნქცია μ_A –ს ეწოდება მიკუთვნების ფუნქცია.

ფაზი სიმრავლეების ჩაწერის რამოდენიმე ფორმა არსებობს.

$$A=\{(x_1,0.2),\ (x_2,0),\ (x_3,0.3),\ (x_4,1),\ (x_5,0.8)\}\quad (2.1.1.1)$$

ან ასე $A=$

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0.2	0	0.3	1	0.8

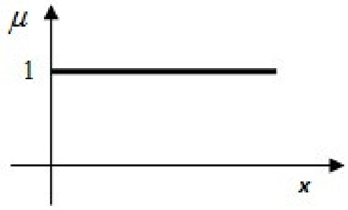
ან $0.2\,|\,x_1+0\,|\,x_2+0.3\,|\,x_3+1\,|\,x_4+0.8\,|\,x_5$.

აქედან ვაკეთებთ დასკვნას: ფაზი სიმრავლე A შეიცავს x_1–ს მცირე ხარისხში, არ შეიცავს x_2–ს, შეიცავს x_3 ცოტა უფრო დიდ ხარისხში ვიდრე x_1-ს, მთლიანად შეიცავს x_4 და მნიშვნელოვან ხარისხში შეიცავს x_5.

თვალნათლივია, რომ μ_A სიმრავლის ამომწურავი მახასიათებელია, ამიტომ ჩვენ ხშირად გავაიგივებთ A და μ_A აღნიშვნებს.

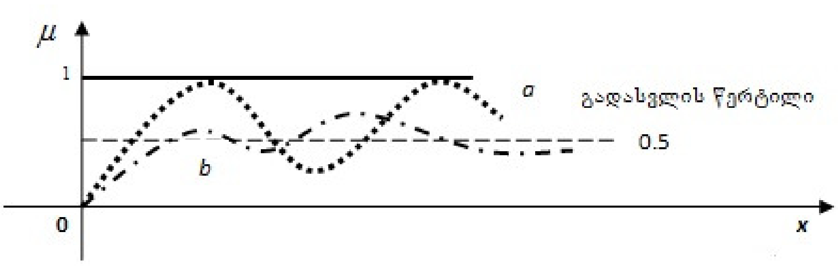
განმარტება 2.1.1.2: ფაზი სიმრავლეს ეწოდება **ცარიელი** (Empty), თუ მისი მიკუთვნების ფუნქცია უდრის ნულს მთელ X სიმრავლეზე, $\mu_{\varnothing}(x) = 0, \quad \forall x \in X$.

განმარტება 2.1.1.3: ფაზი სიმრავლეს ეწოდება **უნივერსალური** (Universal), თუ მისი მიკუთვნების ფუნქცია უდრის 1 მთელ X სიმრავლეზე, $\mu_U(x) = 1, \quad \forall x \in X$.



განმარტება 2.1.1.4. $\sup_{x \in X} \mu_A(x)$ სიდიდეს A ფაზი სიმრავლის **სიმაღლე** ეწოდება.

განმარტება 2.1.1.5: ფაზი სიმრავლეს ეწოდება **ნორმალური** (Normal) a, თუ მისი სიმაღლე 1-ის ტოლია, წინააღმდეგ შემთხვევაში მას **სუბნორმალური** b ეწოდება.



განმარტება 2.1.1.6. A ფაზი სიმრავლეს ეწოდება **უნიმოდალური**, თუ $\mu_A(x) = 1$ მხოლოდ ერთი ელემენტისათვის X -დან.

არაცარიელი სუბნორმალური ფაზი სიმრავლე შეიძლება დავიყვანოთ ნორმალურ სახეზე შემდეგი გარდაქმნის საშუალებით:

$$\frac{\mu_A(x)}{\sup\limits_{x\in X}\mu_A(x)}$$

განმარტება 2.1.1.7: A ფაზი სიმრავლის α **დონის სიმრავლე** ეწოდება X უნივერსალური სიმრავლის მკაფიო (ჩვეულებრივ) ქვესიმრავლეს

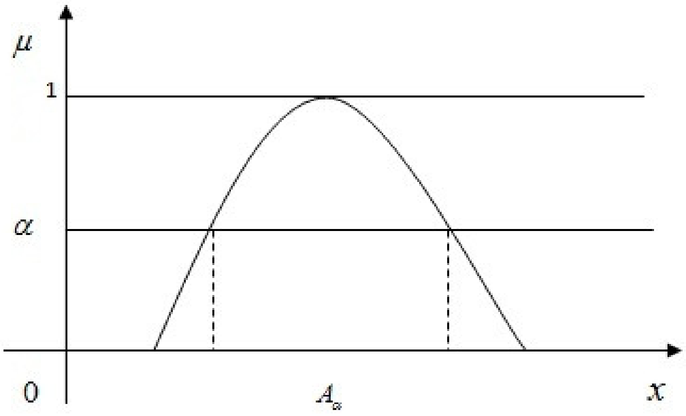
$$A_\alpha = \{x\in X \mid \mu_A(x)\ge\alpha\},\quad \alpha\in[0;1].$$

მაგალითად, (2.1.1.1)-ში თუ α=0.3 , მაშინ $A_\alpha = \{x_3,\, x_4,\, x_5\}$.

მკაცრი α დონის სიმრავლე განისაზღვრება ასე:

$$A_\alpha{}^S = \{x\in X \mid \mu_A(x) > \alpha\},\quad \alpha\in[0;1[.$$

ჩვენი მაგალითისათვის $A_\alpha{}^S = \{x_4,\, x_5\}$.



α დონის სიმრავლის კერძო შემთხვევაა ფაზი სიმრავლის **მატარებელი (Support)**, რომელიც აღინიშნება $\operatorname{supp} A = \{x\in X \mid \mu_A(x) > 0\}$.

A ფაზი სიმრავლის **გადასვლის წერტილი** ეწოდება $x\in X \mid \mu_A(x) = 0.5$.

A ფაზი სიმრავლესთან **უახლესი მკაფიო სიმრავლე** $\underline{A}$ $\forall x\in X$ -თვის განისაზღვრება ასე:

$$\mu_{\underline{A}}(x) = \begin{cases} 0,\ if\ \mu_A(x) < 0.5 \\ 1,\ if\ \ \mu_A(x) > 0.5 \\ 0\, or 1,\ if\ \ \mu_A(x) = 0.5 \end{cases}$$

განმარტება 2.1.1.8: X-ში ფაზი სიმრავლეების $A_1, A_2, \dots, A_n$ – ამოზნექილი კომბინაცია (Convex Combination) ეწოდება ფაზი სიმრავლე A–ს, რომელიც განისაზღვრება შემდეგნაირად: $\mu_A(x) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \mu_{A_i}(x) \;\; \forall x \in X$, სადაც $\lambda_i \geq 0 \mid \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1.$

შევნიშნოთ, რომ ჩვეულებრივი სიმრავლეთათვის ამ ოპერაციას აზრი არა აქვს.

ზადეს განზოგადოების პრინციპი. ფაზი სიმრავლეთა თეორიის ერთ-ერთი ძირითადი იდეა - განზოგადოების პრინციპი, რომელსაც გააჩნია ევრისტიკული შინაარსი და ასახვებზე ფაზი სიმრავლეთა თეორიის არეალის გამოყენების დიდ შესაძლებლობას იძლევა.

ვთქვათ, გვაქვს მართვების სიმრავლე U და მასზე მოცემულია ასახვა $f: U \rightarrow V$, ეს ასახვა აღწერს მართვადი სისტემის ფუნქციონირებას. მაშინ $u \in U$ მართვის სახე $v = f(u)$ არის ამ სისტემის რეაქცია მართვის არჩევის მიმართ. თუ არჩეული მართვა აღწერილია არამკაფიოდ, მაგალითად როგორც მართვათა U სიმრავლეში განსაზღვრული ფაზი სიმრავლე μ_U , მაშინ ასეთი მართვისას სისტემის რეაქციის საპოვნელად, ჩვენ უნდა განვსაზღვროთ μ_U -ს სახე V სიმრავლეში f ასახვის დროს. სხვანაირად რომ ვთქვათ, უნდა გავაფართოვოთ f ასახვის განსაზღვრის არე U სიმრავლის ყველა ფაზი სიმრავლეთა კლასზე.

ასახვათა განსაზღვრის არის ფაზი სიმრავლეთა კლასზე გაფართოების ხერხს ეწოდება განზოგადოების პრინციპი.

ზადემ შემოგვთავაზა განზოგადოების ასეთნაირი პრინციპი. ვთქვათ, $\varphi: X \rightarrow Y$ მოცემული ასახვაა და A ფაზი სიმრავლეა X-ში $\mu_A(x)$ მიკუთვნების ფუნქციით. მაშინ A არამკაფიო სიმრავლის სახე φ ასახვისას არის B არამკაფიო სიმრავლე Y-ში ასეთი მიკუთვნების ფუნქციით: $\mu_B(y) = \sup_{x \in \varphi^{-1}(y)} \mu_A(x), \quad y \in Y$,

სადაც $\varphi^{-1}(y) = \{x \in X \mid \varphi(x) = y\}$.

იმ შემთხვევაში, როცა თვითონ ასახვა φ არამკაფიოა, ანუ $x \in X$ ელემენტს შეესაბამება არა Y სიმრავლის კონკრეტული ელემენტი, არამედ ზოგადად Y-ში განსაზღვრული არამკაფიო სიმრავლე. ეს ფაქტი აღიწერება შემდეგნაირად:

$\mu_\varphi : X \times Y \to [0,1]$, ასე, რომ ფუნქცია $\mu_\varphi(x_0, y)$ (ფიქსირებული $x = x_0$ -ისათვის) წარმოადგენს Y-ში ფაზი-სიმრავლის მიკუთვნების ფუნქციას, რომელიც არის x_0 ელემენტის არამკაფიო სახე მოცემული ასახვისას.

განმარტება 2.1.1.9: ფაზი-სიმრავლის $A \subset X$ **სახე** B არამკაფიო ასახვისას $\mu_\varphi : X \times Y \to [0,1]$ ეწოდება ფაზი სიმრავლეს შემდეგნაირი მიკუთვნების ფუნქციით:

$$\mu_B(y) = \sup_{x \in X} \min\{\mu_A(x), \mu_\varphi(x, y)\}.$$

ადვილი დასანახია, რომ კერძო შემთხვევაში, როცა μ_φ ჩვეულებრივი ასახვაა $\varphi : X \to Y$ (ანუ $\mu_\varphi(x, y) = 1,$ თუ $y = \varphi(x)$ და $\mu_\varphi(x, y) = 0$) ყველა (x, y) დანარჩენი წყვილებისათვის ეს განმარტება გვაძლევს $\mu_B(y) = \sup_{x \in \varphi^{-1}(y)} \mu_A(x),$ რაც შეესაბამება, ზემოთმოცემულ ზადეს განზოგადოების პრინციპს.

2.1.2. ოპერაციები ფაზი-სიმრავლეებზე. ვთქვათ, A და B ფაზი-სიმრავლეებია X – ში შესაბამისად μ_A და μ_B მიკუთვნების ფუნქციებით.

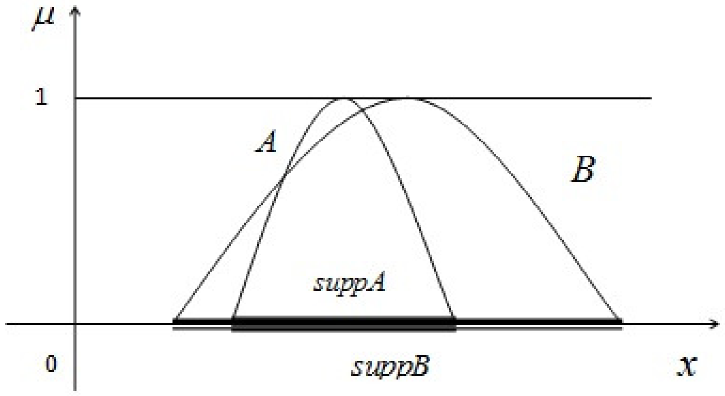
განმარტება 2.1.2.1: ვიტყვით, რომ B შეიცავს A-ს $A \subseteq B$ (A is Contained in B = A is a Subset of B), თუ $\mu_A(x) \le \mu_B(x) \ \ \forall x \in X$ ე.ი. $A \subseteq B \Leftrightarrow \mu_A(x) \le \mu_B(x) \ \ \forall x \in X$.

B მკაცრად შეიცავს A-ს, თუ $A \subset B \Leftrightarrow (\mu_A(x) \le \mu_B(x)) \wedge \exists x_0 \in X \mid \mu_A(x_0) < \mu_B(x_0)$.

განმარტება 2.1.2.2: A და B ფაზი-სიმრავლეებს ეწოდება ტოლი (Equal), თუ $\forall x \in X : \mu_A(x) = \mu_B(x)$. ე.ი. $A = B \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x) \ \ \forall x \in X$.

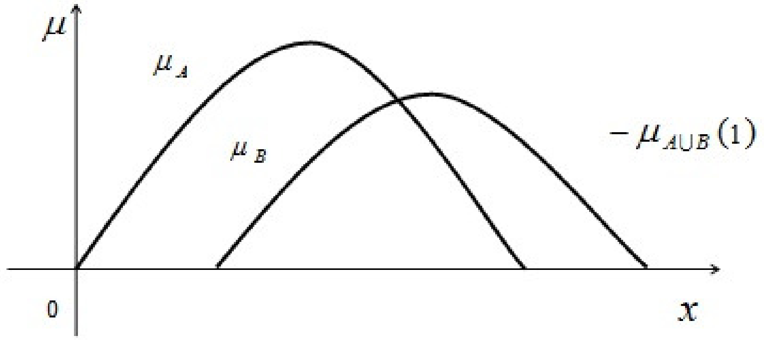
ადგილი აქვს შემდეგ თვისებას: $A \subseteq B \Rightarrow suppA \subseteq suppB$.

შენიშვნა: შებრუნებული პირობა - $suppA \subseteq suppB \nRightarrow A \subseteq B$ არ არის მართებული.



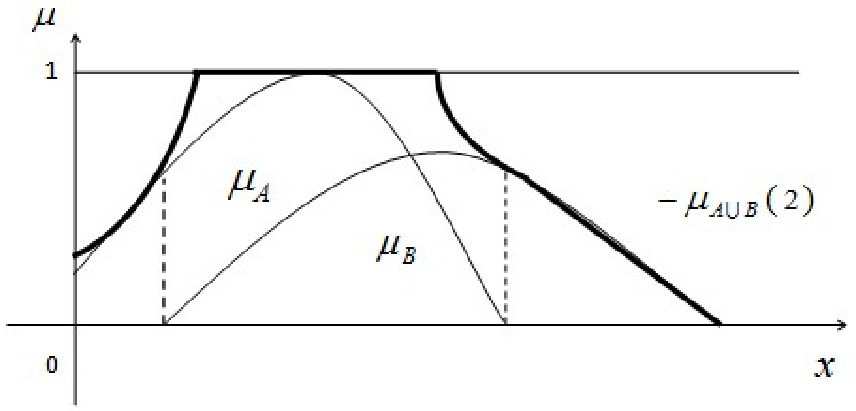
ფაზი სიმრავლეებზე ოპერაციების შემოღებისას უნდა გვახსოვდეს, რომ ფაზი სიმრავლეთა კლასი მოიცავს აგრეთვე მკაფიო (ჩვეულებრივ) სიმრავლეებსაც. ამიტომ შემოთავაზებული განმარტებები კერძო შემთხვევაში უნდა შეესაბამებოდნენ ჩვეულებრივი სიმრავლეთა თეორიაში მიღებულ განმარტებებს. რა თქმა უნდა ეს არ ეხება ისეთ ოპერაციებს, რომლებსაც ჩვეულებრივი სიმრავლეებისათვის აზრი არა აქვს, მაგალითად კონცენტრირებისა და გაჭიმვის ოპერაციებისათვის.

განმარტება 2.1.2.3 (გაერთიანება 1): X –ში A და B ფაზი-სიმრავლეთა გაერთიანება (**Union**) წარმოადგენს ფაზი-სიმრავლე $A \bigcup B$ -ს შემდეგნაირი მიკუთვნების ფუნქციით $\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \ \forall x \in X$.



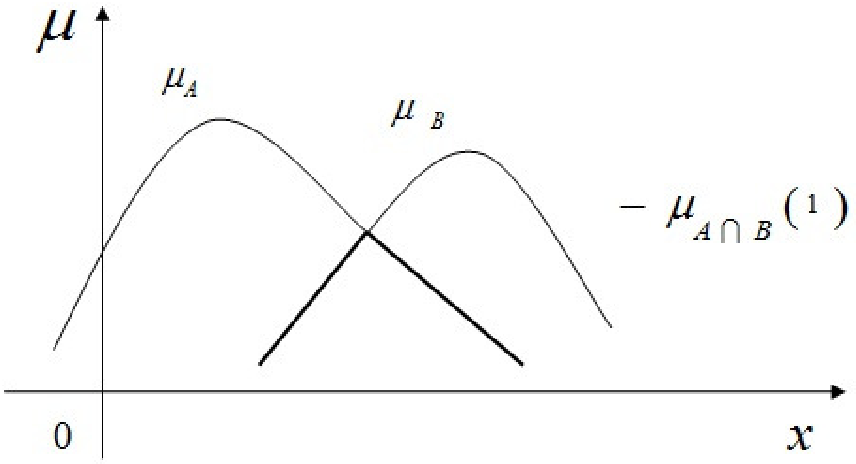
განმარტება 2.1.2.4 (გაერთიანება 2): X –ში A და B ფაზი-სიმრავლეთა გაერთიანება წარმოადგენს ფაზი-სიმრავლე $A \bigcup B$ -ს შემდეგნაირი მიკუთვნების ფუნქციით

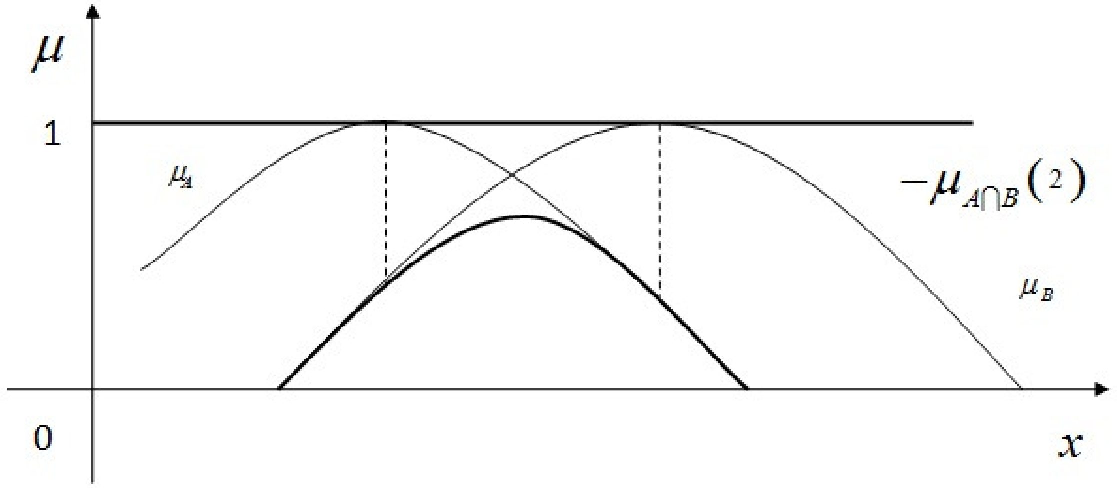
$$\mu_{A \cup B}(x) = \begin{cases} 1, \ if \ \ \mu_A(x) + \mu_B(x) \ge 1 \\ \mu_A(x) + \mu_B(x), \ otherwise \end{cases} \Leftrightarrow \min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}, \ \forall x \in X .$$



განმარტება 2.1.2.5 (თანაკვეთა 1): X –ში A და B ფაზი-სიმრავლეთა თანაკვეთა (**Intersection**) წარმოადგენს ფაზი-სიმრავლე $A \bigcap B$ -ს შემდეგნაირი მიკუთვნების ფუნქციით: $\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \ \forall x \in X$.

განმარტება 2.1.2.6 (თანაკვეთა 2): X –ში A და B ფაზი-სიმრავლეთა თანაკვეთა წარმოადგენს ფაზი-სიმრავლე $A \bigcap B$ -ს შემდეგნაირი მიკუთვნების ფუნქციით: $\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x), \ \forall x \in X$..





თანაკვეთის ამ ორი განმარტების განსხვავება ყველაზე მნიშვნელოვნად ვლინდება იმ შემთხვევაში, როცა $B \subseteq A$ ანუ $\mu_B(x) \le \mu_A(x), \ \forall x \in X$. მართლაც, თანაკვეთის პირველი განმარტების თანახმად $\mu_{A \cap B}(x) = \mu_B(x), \ \forall x \in X$ ანუ A ფაზი-სიმრავლის

მიკუთვნების ფუნქცია $\mu_A(x)$ ფაქტობრივად "არ მონაწილეობს" თანაკვეთის მიკუთვნების ფუნქციის განსაზღვრაში, ხოლო თანაკვეთის მეორე განმარტებისას მიკუთვნების ფუნქცია ყოველთვის შეიცავს ორთავე სიმრავლეთა მიკუთვნების ფუნქციებს.

პრაქტიკულ ამოცანებში შეიძლება სასარგებლო აღმოჩნდეს ფაზი-სიმრავლეთა მატარებლების ასეთი თვისება.

ლემა: გაერთიანების და თანაკვეთის ნებისმიერი განმარტებისათვის სამართლიანია:

$$supp(A \bigcup B) = (suppA) \bigcup (suppB)$$

$$supp(A \bigcap B) = (suppA) \bigcap (suppB).$$

განმარტება 2.1.2.7: X–ში A ფაზი-სიმრავლის **დამატება** (Complement) წარმოადგენს ფაზი- სიმრავლე $\overline{A}$-ს შემდეგნაირი მიკუთვნების ფუნქციით:

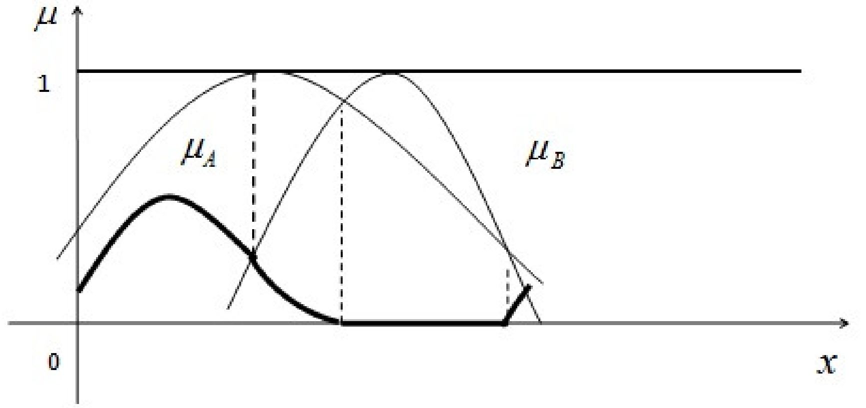
$$\mu_{\overline{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \ \forall x \in X \ .$$

მნიშვნელოვანია, რომ ასეთი განმარტებისას, მკაფიო სიმრავლეებისაგან განსხვავებით, ზოგად შემთხვევაში $A \bigcap \overline{A} \neq \varnothing$ და $A \bigcup \overline{A} \neq U$ ორივე ზემოთ მოყვანილი თანაკვეთის და გაერთიანების განმარტებების მიხედვით.

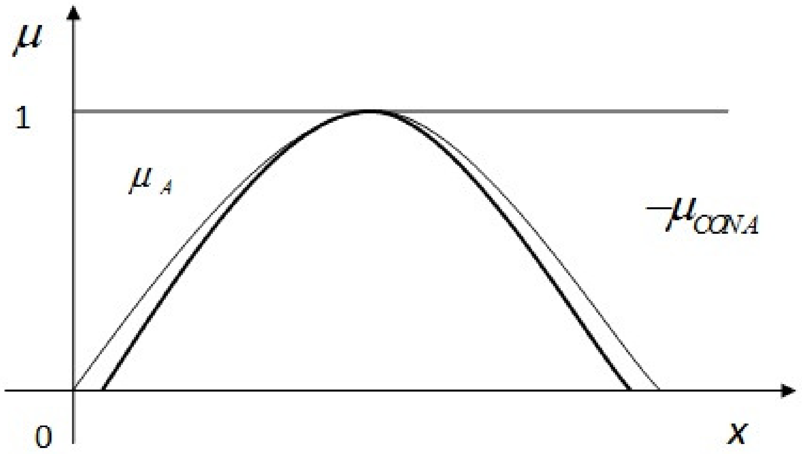
განმარტება 2.1.2.8: X–ში A და B ფაზი-სიმრავლეთა **სხვაობა** (Distinction) წარმოადგენს ფაზი-სიმრავლე A \B -ს შემდეგნაირი მიკუთვნების ფუნქციით:

$$\mu_{A\backslash B}(x) = \begin{cases} \mu_A(x) - \mu_B(x), \ if \ \ \mu_A(x) \geq \mu_B(x) \\ 0, \ otherwise \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \max\{0, \mu_A(x) - \mu_B(x)\}, \ \forall x \in X \ .$$



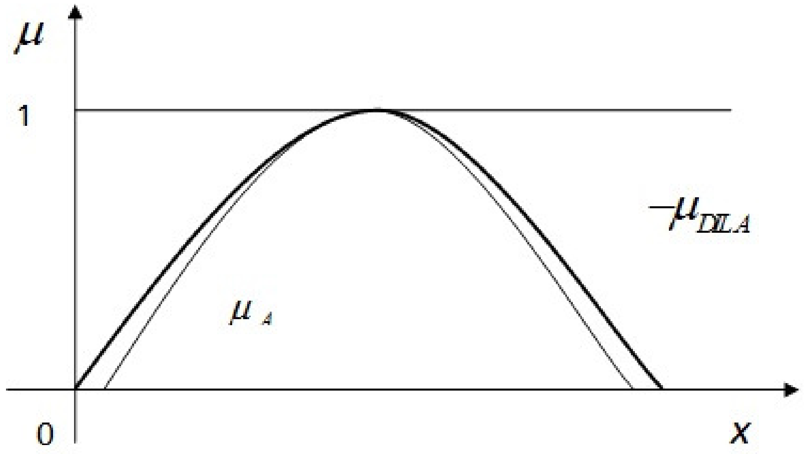
განმარტება 2.1.2.9: X –ში A ფაზი-სიმრავლის **კონცენტრირების ოპერაცია** $CON\,A$ განისაზღვრება შემდეგნაირად: $\mu_{CON\,A}(x) = \mu_A^2(x),\ \forall x \in X$.



კონცენტრირების ოპერაციის გამოყენება სინამდვილეში ნიშნავს ამ სიმრავლის "არამკაფიობის" შემცირებას. რეალურ ამოცანაში ეს შეიძლება ნიშნავდეს ახალი, დამატებითი ინფორმაციის შემოსვლას, რაც საშუალებას იძლევა უფრო ზუსტად (მკაფიოდ) აღვწეროთ მოცემული ფაზი-სიმრავლე.

განმარტება 2.1.2.10: X -ში A ფაზი-სიმრავლის **გაჭიმვის ოპერაცია** DIL A განისაზღვრება შემდეგნაირად: $\mu_{DIL\,A}(x) = \mu_A^{0.5}(x),\ \forall x \in X$.

გაჭიმვის ოპერაცია შეიძლება გამოყენებული იქნას ინფორმაციის დაკარგვის სიტუაციის მოდელირებისათვის.

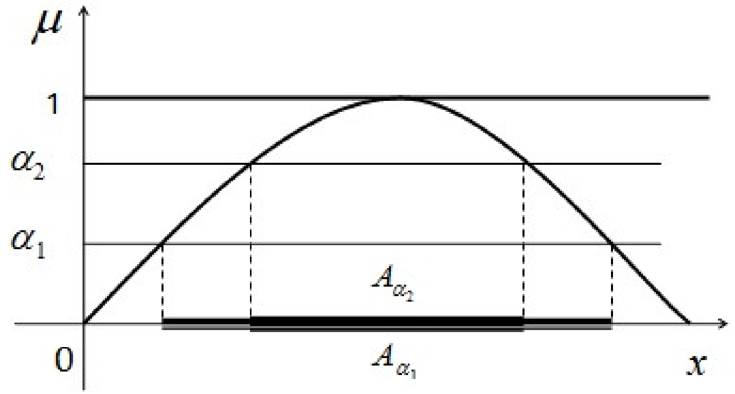


განმარტება 2.1.2.11: ფაზი-სიმრავლეთა **დეკარტული ნამრავლი** $A_1 \times A_2 \times ... \times A_n$, სადაც $A_i \subset X_i$, $i = \overline{1,n}$, განისაზღვრება როგორც, ფაზი-სიმრავლე A დეკარტულ ნამრავლში $X = X_1 \times X_2 \times ... \times X_n$ შემდეგნაირი მიკუთვნების ფუნქციით:

$$\mu_A(x) = \min\{\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), ..., \mu_{A_n}(x_n)\}, \ x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in X^n.$$

გავიხსენოთ, რომ X -ში A ფაზი-სიმრავლის α დონის სიმრავლე განისაზღვრება შემდეგნაირად: $A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$, $\alpha \in [0,1]$.

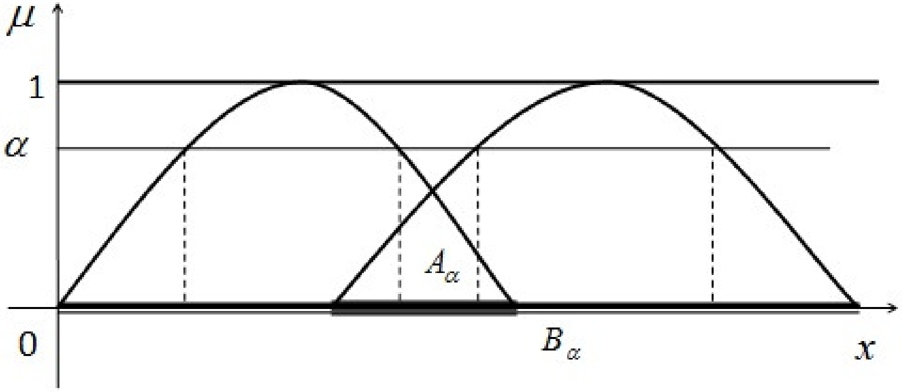
მნიშვნელოვანი თვისება: $\alpha_2 \geq \alpha_1 \Rightarrow A_{\alpha_2} \subset A_{\alpha_1}$



ვთქვათ, $(A \cup B)_\alpha$ და $(A \cap B)_\alpha$ არის A და B ფაზი-სიმრავლეების გაერთიანების და თანაკვეთის α დონის სიმრავლეები. განვიხილოთ მათი კავშირი A_α და B_α დონის სიმრავლეებთან.

თუ გამოვიყენებთ გაერთიანება 1 და თანაკვეთ 1-ის განმარტებებს, მივიღებთ, რომ

$$(A \cup B)_\alpha = A_\alpha \cup B_\alpha, \quad (A \cap B)_\alpha = A_\alpha \cap B_\alpha.$$



ხოლო, გაერთიანება 2 და თანაკვეთა 2-ის განმარტებების გამოყენებისას მივიღებთ მხოლოდ $\left(A\bigcup B\right)_\alpha \supset A_\alpha \bigcup B_\alpha$, $\left(A\bigcap B\right)_\alpha \subset A_\alpha \bigcap B_\alpha$.

შენიშვნა: ოთხივე თანაფარდობების მარჯვენა ნაწილებში გამოყენებულია გაერთიანების და თანაკვეთის ჩვეულებრივი ოპერაციები, თითოეული მათგანი შეიძლება განხილული იქნას, როგორც ნებისმიერი განმარტებით (1) ან (2) განსაზღვრული ოპერაციების კერძო შემთხვევა.

ვთქვათ, $(A_1 \times A_2 \times ... \times A_n)_\alpha$ A_i, $i=1,2,\ldots,n$. ფაზი-სიმრავლეთა დეკარტული ნამრავლის α დონის სიმრავლეა, მაშინ დეკარტული ნამრავლის განმარტებიდან გამომდინარეობს $(A_1 \times ... \times A_n)_\alpha = \left(A_1\right)_\alpha \times ... \times \left(A_n\right)_\alpha$, ანუ, დეკარტული ნამრავლის α დონის სიმრავლე წარმოადგენს მოცემულ არამკაფიო სიმრავლეთა α -დონის სიმრავლეების დეკარტულ ნამრავლს.

ფაზი-სიმრავლეები ჩვეულებრივი სიმრავლეების განზოგადოებას წარმოადგენს, ანუ მათ შორის განსაზღვრული კავშირი არსებობს. თუ როგორაა დაკავშირებული ფაზი (არამკაფიო) და ჩვეულებრივი (მკაფიო) სიმრავლეები ანუ ამ კავშირის ფორმალიზაციის საშუალებას გვაძლევს **დეკომპოზიციის უმნიშვნელოვანესი თეორემა**:

X-ში ნებისმიერი ფაზი-სიმრავლე A შეიძლება დაშლილ იქნეს α დონის სიმრავლეებათ $A = \bigcup_{\alpha\in[0,1]} \alpha A_\alpha$.

2.1.3. ფაზი-ოპერატორები. არამკაფიო სიმრავლეთა თეორიის პრაქტიკული გამოყენებისათვის უდიდესი მნიშვნელობა აქვს ფაზი-ინფორმაციის აგრეგირების ოპერატორების აგებას. ზემოთ განხილული ოპერატორები - გაერთიანება, თანაკვეთა, დამატება და ა.შ. დამაკმაყოფილებლად მუშაობენ როცა ფაზი სიმრავლეების

განსაზღვრის არე არის R^1 . მაგრამ ლონგვისტიკური ხასიათის ცვლადების დროს, მაგალითად: სიმპათიური, ლამაზი, ძალიან ლამაზი, ულამაზესი და ა.შ., ეს ოპერატორები არასრულფასოვნად ასახავენ მრავალნიშნა ლინგვისტურ ცვლადებს. ამიტომ დიდი პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს განზოგადოებული ფაზი ოპერატორების ე.ი. გაერთიანების, თანაკვეთის, დამატების პარამეტრიზებული ოპერატორების აგებას, რომლებიც საშუალებას მოგვცემს ავსახოთ ოპერანდების მოქნილობა, მათი ცვლილების ხარისხი და ა.შ.

თანაკვეთის და გაერთიანების ფაზი ოპერატორების ფორმირების საკმაოდ ზოგადი და ლამაზი მიდგომა მდგომარეობს მათ განსაზღვრაში სამკუთხა ნორმების და კონორმების კლასში [3,4].

სამკუთხა ნორმები

განმარტება 2.1.3.1: სამკუთხა ნორმა, შემოკლებით t - ნორმა ეწოდება ორადგილიან ფუნქციას $T:[0,1]\times[0,1]\to[0.1]$, რომელსაც გააჩნია შემდეგი თვისებები $(a,b,c,d)\in[0,1]$:

1) $T(a,b)=T(b,a)$ – კომუტატიურობა;

2) $T(a,T(b,c))=T(T(a,b),c)$ – ასოციაციურობა;

3) $T(a,b)\le T(c,d)$, თუ $a\le c$ და $b\le d$ – მონოტონურობა;

4) $T(a,1)=a$ – სასაზაღვრო პირობა.

ადვილად მტკიცდება, რომ $T(0,0)=0$.

t- ნორმა T არის არქიმედული, თუ იგი უწყვეტია და $T(a,a)\le a$ ყველა $a\in[0,1]$. t – ნორმა არის მკაცრი, თუ იგი მკაცრად ზრდადია ორივე არგუმენტის მიმართ, ანუ პირობა 3)-ში არამკაცრი უტოლობა შეიცვლება მკაცრით.

მოვიყვანოთ t–ნორმების რამოდენიმე მარტივი მაგალითი $(a,b\in[0,1])$.

$\min\{a,b\}$

$T_p(a,b)=ab$

$T_m(a,b)=\max\{0,a+b-1\}$ (Lukasiewicz)

$$T_w(a,b)=\begin{cases} a, \ if \ \ b=1 \\ b, \ if \ \ a=1 \\ 0 \ otherwise \end{cases}$$

ასეთი $t-$ ნორმებისათვის მართებულია უტოლობა:

$$T_w(a,b)\le T_m(a,b)\le T_p(a,b)\le \min\{a,b\}.$$

სამკუთხა კონორმები

განმარტება 2.1.3.2: სამკუთხა კონორმა, შემოკლებით t –კონორმა ეწოდება ფუნქციას $C:[0,1]\times[0,1]\to[0,1]$, რომელსაც გააჩნია შემდეგი თვისებები $(a,b,c,d)\in[0,1]$:

1. $C(a,b)=C(b,a)$ – კომუტაციურობა
2. $C(a,C(b,c))=C(C(a,b),c)$ – ასოციაციურობა
3. $C(a,b)\ge C(c,d)$, თუ $a\ge c$ და $b\ge d$ – მონოტონურობა
4. $C(a,0)=a$ – სასაზღვრო პირობა

ადვილად მტკიცდება, რომ $C(1,1)=1$.

t–კონორმა არის არქიმედული, თუ იგი უწყვეტია და $C(a,a)\ge a$. იგი არის მკაცრი თუ იგი მკაცრად ზრდადია ორივე არგუმენტების მიმართ, ანუ პირობა 3-ში არამკაცრი უტოლობა შეიცვლება მკაცრით.

t–კონორმები წარმოადგენენ ფუნქციათა კლასს, რომლებიც დუალურია t –ნორმების მიმართ. ნებისმიერი t –კონორმა C შეიძლება იქნას მიღებული t –ნორმა $T-$ დან შემდეგი გარდაქმნით $C(a,b)=1-T(1-a,1-b)$.

მოვიყვანოთ t–კონორმების მარტივი მაგალითები:

$$\max\{a,b\}$$

$$C_p(a,b)=a+b-ab$$

$$C_m(a,b)=\min\{1,a+b\} \text{ (Lukasiewicz)}$$

$$C_S(a,b)=\begin{cases} a, \ if \ \ b=0 \\ b, \ if \ \ a=0 \\ 1 \ otherwise \end{cases}$$

მათთვის სამართლიანია უტოლობა:

$$C_s(a,b) \geq C_m(a,b) \geq C_p(a,b) \geq \max\{a,b\}.$$

გარდა ფაზი ოპერატორებისა, რომლებიც შედიან t –ნორმებისა და t –კონორმების კლასში, არსებობს გასაშუალების ოპერატორები $M:[0,1]\times[0,1]\to[0,1]$, რომლებიც აკმაყოფილებენ ძირითად მოთხოვნას:

$$M\left(\mu_{A_1},...,\mu_{A_n}\right)\in\left[\min\left\{\mu_{A_1},...,\mu_{A_n}\right\},\max\left\{\mu_{A_1},...,\mu_{A_n}\right\}\right].$$

მოვიყვანოთ რამოდენიმე მაგალითი:

$$M_A\left(\mu_{A_1},...,\mu_{A_n}\right)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mu_{A_i}$$ – საშუალო არითმეტიკული

$$M_H\left(\mu_{A_1},...,\mu_{A_n}\right)=\frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\mu_{A_i}}}$$ – საშუალო ჰარმონიული

$$M_G\left(\mu_{A_1},...,\mu_{A_n}\right)=\sqrt[n]{\left(\mu_{A_1}\cdot,...,\cdot\mu_{A_n}\right)}$$ – საშუალო გეომეტრიული

$$M_{\min}\left(\mu_{A_1},...,\mu_{A_n}\right)=\min\left\{\mu_{A_1},...,\mu_{A_n}\right\}$$

$$M_{\max}\left(\mu_{A_1},...,\mu_{A_n}\right)=\max\left\{\mu_{A_1},...,\mu_{A_n}\right\}.$$

2.1.4. ფაზი-მიმართებები.

განმარტება 2.1.4.1: X სიმრავლეზე ფაზი მიმართება $\tilde{R}$ ეწოდება $X\times X$ დეკარტული ნამრავლის ფაზი ქვესიმრავლეს, რომლის მიკუთვნების ფუნქციაა $\mu_{\tilde{R}}:X\times X\to[0,1]$. აქ $\mu_{\tilde{R}}(x,y)$ გამოხატავს x და y ელემენტებს შორის მიმართების შესრულების ხარისხს [3].

თვალნათლივია, რომ ჩვეულებრივი მიმართება შეიძლება განვიხილოთ, როგორც ფაზი მიმართების კერძო შემთხვევა, რომლის მიკუთვნების ფუნქცია იღებს მხოლოდ 0 და 1 მნიშვნელობებს.

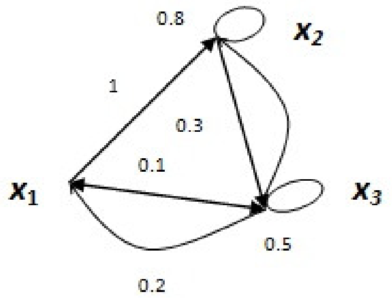
თუ ფაზი-მიმართება $\tilde{R}$ განსაზღვრულია სასრულ X სიმრავლეზე, მაშინ მისი მიკუთვნების ფუნქცია $\mu_{\tilde{R}}$ წარმოადგენს კვადრატულ მატრიცას, რომლის ელემენტებია ნებისმიერი რიცხვები [0;1] ინტერვალიდან.

მაგალითი (2.1.4.1) : ვთქვათ, $X = \{x_1, x_2, x_3\}$

$$\mu_{\tilde{R}}(x,y) = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1 & \\ x_2 & \\ x_3 & \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0.1 \\ 0 & 0.8 & 0.3 \\ 0.2 & 0.4 & 0.5 \end{pmatrix}.$$

ამ მატრიციდან ჩანს, რომ, მაგალითად (x_2, x_3) -თვის მიმართების შესრულების ხარისხი უდრის 0.3, ანუ $\tilde{R}(x_2, x_3) = 0.3$.

ისევე როგორც ჩვეულებრივი მიმართება ფაზი-მიმართება შეიძლება აღვწეროთ ფაზი (ორიენტირებული) გრაფის საშუალებით, ასეთი გრაფის ყველა რკალს მიწერილი აქვს რიცხვი [0;1] ინტერვალიდან.



ისევე, როგორც ფაზი-სიმრავლეებს, ფაზი-მიმართებასაც გააჩნია მისი მატარებელი (Support).

განმარტება 2.1.4.2: X სიმრავლეზე $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართების მატარებელი ეწოდება $X \times X$ დეკარტული ნამრავლის შემდეგნაირ ქვესიმრავლეს

$$supp\,\tilde{R} = \left\{(x,y) \mid (x,y) \notin X \times X,\, \mu_{\tilde{R}}(x,y) > 0\right\}.$$

X სიმრავლეზე ფაზი-მიმართების მატარებელი შეიძლება განხილული იქნას როგორც ჩვეულებრივი მიმართება, რომელიც აკავშირებს ისეთ (x,y) წყვილებს, რომელთათვის მოცემული ფაზი-მიმართების შესრულების ხარისხი არ უდრის 0.

თუ საქმე გვაქვს სასრულ X სიმრავლესთან, მატარებელის მატრიცა შეიძლება მიღებულ იქნეს საწყისი ფაზი-მიმართების მატრიცაში ყველა არანულოვანი ელემენტების ერთიანებზე შეცვლის გზით.

მაგალითი (2.1.4.1)-ში მოყვანილი მიმართებისათვის

$$supp\,\tilde{R} = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

ფაზი მიმართებებს აგრეთვე გააჩნიათ α -დონის სიმრავლეები, რომლებიც ძალზედ ხელსაყრელია გადაწყვეტილებათა მიღების ამოცანების გადაწყვეტისას.

განმარტება 2.1.4.3: X სიმრავლეზე $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართების α დონის სიმრავლე განისაზღვრება შემდეგნაირად: $\tilde{R}_\alpha = \{(x,y) \mid (x,y) \in X \times X,\ \mu_R(x,y) \geq \alpha\},\ \ \alpha \in [0;1]$.

ადვილი სანახავია, რომ X სიმრავლეზე $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართების α დონის სიმრავლე წარმოადგენს ჩვეულებრივ მიმართებას, რომელიც აკავშირებს (x,y) წყვილებს, რომელთათვის მოცემული ფაზი-მიმართების შესრულების ხარისხი არანაკლებია α -ზე.

თუ საქმე გვაქვს სასრულ X სიმრავლესთან, α დონის სიმრავლის მატრიცა შეიძლება მიღებულ იქნეს საწყისი ფაზი-მიმართების მატრიცაში ყველა α -ზე არანაკლებ ელემენტების ერთიანებზე, ხოლო დანარჩენი ელემენტის ნულებზე შეცვლის გზით.

მაგალითი (2.1.4.1)-ში მოყვანილი მიმართებისათვის

$$\tilde{R}_{0.3} = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}.$$

ოპერაციები ფაზი-მიმართებებზე. ვთქვათ X სიმრავლეზე მოცემულია ორი ფაზი-მიმართება $\tilde{R}_1$ და $\tilde{R}_2$.

განმარტება 2.1.4.4 (გაერთიანება 1): $\tilde{R}_1$ და $\tilde{R}_2$ ფაზი-მიმართებათა გაერთიანება $\tilde{R}_1 \cup \tilde{R}_2$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\tilde{R}_1 \cup \tilde{R}_2}(x,y) = \max\{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y),\ \mu_{\tilde{R}_2}(x,y)\},\ \forall (x,y) \in X \times X.$$

მაგალითი (2.1.4.2):

$$\tilde{R}_1 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.3 & 0.2 & 1 \\ x_2 & 0.8 & 1 & 0 \\ x_3 & 0.5 & 0 & 0.4 \end{matrix}, \quad \tilde{R}_2 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.3 & 0 & 0.7 \\ x_2 & 0.1 & 0.8 & 1 \\ x_3 & 0.8 & 0.9 & 0.3 \end{matrix}, \quad \tilde{R}_1 \cup \tilde{R}_2 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.3 & 0.2 & 1 \\ x_2 & 0.8 & 1 & 1 \\ x_3 & 0.8 & 0.9 & 0.4 \end{matrix}.$$

განმარტება 2.1.4.5 (გაერთიანება 2): $\tilde{R}_1$ და $\tilde{R}_2$ ფაზი-მიმართებათა გაერთიანება $\tilde{R}_1 \cup \tilde{R}_2$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\tilde{R}_1 \cup \tilde{R}_2}(x,y) = \begin{cases} 1, if\ \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) + \mu_{\tilde{R}_2}(x,y) \geq 1 \\ \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) + \mu_{\tilde{R}_2}(x,y),\ otherwise \end{cases} \quad \forall (x,y) \in X \times X.$$

მაგალითი (2.1.4.3):

$$\tilde{R}_1 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.3 & 0.2 & 1 \\ x_2 & 0.8 & 1 & 0 \\ x_3 & 0.5 & 0 & 0.4 \end{matrix}, \quad \tilde{R}_2 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.3 & 0 & 0.7 \\ x_2 & 0.1 & 0.8 & 1 \\ x_3 & 0.8 & 0.9 & 0.3 \end{matrix}, \quad \tilde{R}_1 \cup \tilde{R}_2 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.6 & 0.2 & 1 \\ x_2 & 0.9 & 1 & 1 \\ x_3 & 1 & 0.9 & 0.7 \end{matrix}.$$

შენიშვნა: ორივე გაერთიანება ინარჩუნებს ერთიანებს.

განმარტება 2.1.4.6 (თანაკვეთა 1): $\tilde{R}_1$ და $\tilde{R}_2$ ფაზი-მიმართებათა თანაკვეთა $\tilde{R}_1 \cap \tilde{R}_2$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\tilde{R}_1 \cap \tilde{R}_2}(x,y) = \min\{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(x,y)\} \quad \forall (x,y) \in X \times X.$$

მაგალითი (1.4.4):

$$\tilde{R}_1 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.3 & 0.2 & 1 \\ x_2 & 0.8 & 1 & 0 \\ x_3 & 0.5 & 0 & 0.4 \end{matrix}, \quad \tilde{R}_2 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.3 & 0 & 0.7 \\ x_2 & 0.1 & 0.8 & 1 \\ x_3 & 0.8 & 0.9 & 0.3 \end{matrix}, \quad \tilde{R}_1 \cap \tilde{R}_2 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.3 & 0 & 0.1 \\ x_2 & 0.1 & 0.8 & 0 \\ x_3 & 0.5 & 0 & 0.3 \end{matrix}.$$

განმარტება 2.1.4.7 (თანაკვეთა 2): $\tilde{R}_1$ და $\tilde{R}_2$ ფაზი-მიმართებათა თანაკვეთა $\tilde{R}_1 \cap \tilde{R}_2$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\tilde{R}_1 \cap \tilde{R}_2}(x,y) = \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) \cdot \mu_{\tilde{R}_2}(x,y), \quad \forall (x,y) \in X \times X.$$

მაგალითი (2.1.4.5):

$$\tilde{R}_1 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.3 & 0.2 & 1 \\ x_2 & 0.8 & 1 & 0 \\ x_3 & 0.5 & 0 & 0.4 \end{matrix}, \quad \tilde{R}_2 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.3 & 0 & 0.7 \\ x_2 & 0.1 & 0.8 & 1 \\ x_3 & 0.8 & 0.9 & 0.3 \end{matrix}, \quad \tilde{R}_1 \cap \tilde{R}_2 = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.09 & 0 & 0.07 \\ x_2 & 0.08 & 0.8 & 0 \\ x_3 & 0.4 & 0 & 0.12 \end{matrix}.$$

შენიშვნა: ორივე თანაკვეთა ინარჩუნებს ნულებს.

განმარტება 2.1.4.8: ვიტყვით, რომ ფაზი-მიმართება $\tilde{R}_1$ შეიცავს ფაზი-მიმართებას $\tilde{R}_2$; $\tilde{R}_2 \subseteq \tilde{R}_1$, თუ ნებისმიერი $(x, y) \in X \times X$ სრულდება უტოლობა:

$$\mu_{\tilde{R}_2}(x, y) \le \mu_{\tilde{R}_1}(x, y).$$

განმარტება 2.1.4.9: ფაზი-მიმართების დამატება $\overline{\tilde{R}}$ განისაზღვრება შემდეგნაირად: $\mu_{\overline{\tilde{R}}}(x, y) = 1 - \mu_{\tilde{R}}(x, y), \forall (x, y) \in X \times X$.

მაგალითი (2.1.4.6):

$$\tilde{R} = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.3 & 0.2 & 1 \\ x_2 & 0.8 & 1 & 0 \\ x_3 & 0.5 & 0 & 0.4 \end{matrix}, \quad \overline{\tilde{R}} = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.7 & 0.8 & 0.9 \\ x_2 & 0.2 & 0 & 1 \\ x_3 & 0.5 & 1 & 0.6 \end{matrix}.$$

შენიშვნა: ნოლები იცვლება ერთიანებით, ხოლო ერთიანები ნოლებით. გადასვლის წერტილები $(\mu = 0.5)$ უცვლელი რჩება.

განმარტება 2.1.4.10: $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართების შებრუნებული მიმართება $\tilde{R}^{-1}$ განისაზღვრება შემდეგნაირად: $\mu_{\tilde{R}^{-1}}(x, y) = \mu_{\tilde{R}}(y, x), \ \forall (x, y) \in X \times X$.

მაგალითი (2.1.4.7):

$$\tilde{R} = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.3 & 0.2 & 1 \\ x_2 & 0.8 & 1 & 0 \\ x_3 & 0.5 & 0 & 0.4 \end{matrix}, \quad \tilde{R}^{-1} = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 \\ x_1 & 0.3 & 0.8 & 0.5 \\ x_2 & 0.2 & 1 & 0 \\ x_3 & 0.1 & 0 & 0.4 \end{matrix}.$$

განმარტება 2.1.4.11: $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართებასთან უახლოესი მკაფიო მიმართება $\underline{\tilde{R}}$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\underline{\tilde{R}} = \begin{cases} 1, if \ \mu_{\tilde{R}}(x, y) > 0.5 \\ 0, if \ \mu_{\tilde{R}}(x, y) < 0.5 \qquad \forall (x, y) \in X \times X. \\ 0 \vee 1, if \ \mu_{\tilde{R}}(x, y) = 0.5 \end{cases}$$

მაგალითი (2.1.4.8):

$$
\begin{array}{c} \\ \tilde{R} = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \end{array}
\overset{\begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array}}{\begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.8 \\ 0.5 & 0.4 & 0.6 \\ 0.7 & 1 & 0.9 \end{pmatrix}}, \quad
\begin{array}{c} \\ \underset{-}{\tilde{R}} = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{array} \end{array}
\overset{\begin{array}{ccc} y_1 & y_2 & y_3 \end{array}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}}.
$$

ფაზი-მიმართებების გაერთიანების, თანაკვეთის და ჩართვის ოპერაციები აკმაყოფილებენ შემდეგ იგივეობებს [3, 6]:

განმარტება 1-ის შემთხვევაში:

$\tilde{R} \bigcup \tilde{R} = \tilde{R}, \ \ \tilde{R} \bigcap \tilde{R} = \tilde{R}$ _ იდენპოტენტურობა

$\tilde{R} \bigcup \tilde{S} = \tilde{S} \bigcup \tilde{R}, \ \ \tilde{R} \bigcap \tilde{S} = \tilde{S} \bigcap \tilde{R}$ _ კომუტაციურობა

$$
\left.\begin{array}{l}
\tilde{R} \bigcap \left(\tilde{S} \bigcap \tilde{T} \right) = \left(\tilde{R} \bigcap \tilde{S} \right) \bigcap \tilde{T} \\
\tilde{R} \bigcup \left(\tilde{S} \bigcup \tilde{T} \right) = \left(\tilde{R} \bigcup \tilde{S} \right) \bigcup \tilde{T}
\end{array}\right\} \text{_ ასოციაციურობა}
$$

$$
\left.\begin{array}{l}
\tilde{R} \bigcap \left(\tilde{S} \bigcup \tilde{T} \right) = \left(\tilde{R} \bigcap \tilde{S} \right) \bigcup \left(\tilde{R} \bigcap \tilde{T} \right) \\
\tilde{R} \bigcup \left(\tilde{S} \bigcap \tilde{T} \right) = \left(\tilde{R} \bigcup \tilde{S} \right) \bigcap \left(\tilde{R} \bigcup \tilde{T} \right)
\end{array}\right\} \text{_ დისტრიბუციურობა.}
$$

$\tilde{R} \bigcap \left(\tilde{S} \bigcup \tilde{R} \right) = \tilde{R}\ , \ \ \tilde{R} \bigcup \left(\tilde{S} \bigcap \tilde{R} \right) = \tilde{R}$ _ შთანთქმა

განმარტება 2-ის შემთხვევაში:

$\tilde{R} \bigcap \left(\tilde{S} \bigcup \tilde{R} \right) \subseteq \tilde{R}\ , \ \ \tilde{R} \bigcup \left(\tilde{S} \bigcap \tilde{R} \right) \supseteq \tilde{R}\ \ .$

მნიშვნელოვანი თვისება $\tilde{S} \subseteq \tilde{T} \Rightarrow \tilde{R} \bigcup \tilde{S} \subseteq \tilde{R} \bigcup \tilde{T}, \ \ \tilde{R} \bigcap \tilde{S} \subseteq \tilde{R} \bigcap \tilde{T}$.

ცარიელი მიმართება: $\varnothing(x, y) = 0, \ \ \forall (x, y) \in X \times X.$

სრული მიმართება: $U(x, y) = 1, \ \ \forall (x, y) \in X \times X.$

ეს მიმართებები აკმაყოფილებენ შემდეგ იგივეობებს:

$\tilde{R} \bigcap \varnothing = \varnothing, \ \ \tilde{R} \bigcup \varnothing = \tilde{R}\ ; \quad \tilde{R} \bigcap U = R, \ \ \tilde{R} \bigcup U = U.$

ფაზი მიმართებათა დეკომპოზიცია. გამოყენებით ამოცანებში დიდი მნიშვნელობა აქვს ფაზი-მიმართებების კომპოზიციას (ზოგჯერ მას გამრავლებას უწოდებენ). ჩვეულებრივი მიმართებებისგან განსხვავებით, ფაზი-მიმართებათა კომპოზიცია შეიძლება მოცემული იქნას სხვადასხვა ხერხებით.

განმარტება 2.1.4.12: $\tilde{R}_1$ და $\tilde{R}_2$ ფაზი-მიმართებათა $(\max-\min)$ -კომპოზიცია (მაქსიმინური კომპოზიცია) $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ განისაზღვრება შემდეგნაირად

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \sup_{y \in X} \min\{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)\}, \ \forall\ (x,\ z) \in X^2.$$

თუ, უნივერსუმი X სასრულია, მაშინ ფაზი-მიმართება $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$-ის მატრიცა ტოლია $\tilde{R}_1$ და $\tilde{R}_2$ მიმართებათა მატრიცების მაქსიმინურ ნამრავლს, ანუ მიიღება იგივე ოპერაციების გამოყენებით როგორც ჩვეულებრივი მიმართებების ნამრავლის მატრიცა.

მაგალითი (2.1.4.9):

$$\tilde{R}_1 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 & 1 & 0.7 \\ 0.3 & 0.5 & 0 & 0.2 & 1 \\ 0.8 & 0 & 1 & 0.4 & 0.3 \\ 0.6 & 0.2 & 0.7 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}, \tilde{R}_2 = \begin{array}{c} \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.9 & 0 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 1 & 0.8 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0.7 & 1 \\ 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.8 \end{pmatrix} \end{array}, \tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.4 & 0.7 & 0.3 & 0.7 \\ 0.3 & 1 & 0.5 & 0.8 \\ 0.8 & 0.3 & 0.7 & 1 \\ 0.7 & 0.2 & 0.7 & 0.7 \end{pmatrix} \end{array}.$$

განმარტება 2.1.4.13: $\tilde{R}_1$ და $\tilde{R}_2$ ფაზი-მიმართებათა $(\max-\times)$ კომპოზიცია (მაქსმულტიპლიკატიური ნამრავლი) $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ განისაზღვრება შემდეგნაირად

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \sup_{y \in X}\{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y) \times \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)\}, \ \forall\ (x,\ z) \in X^2.$$

მაგალითი (2.1.4.9)-ის პირობებში მაქსმულტიპლიკატიური კომპოზიცია ტოლია:

$$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.4 & 0.7 & 0.3 & 0.56 \\ 0.27 & 1 & 0.4 & 0.8 \\ 0.8 & 0.3 & 0.7 & 1 \\ 0.56 & 0.2 & 0.49 & 0.7 \end{pmatrix} \end{array}.$$

განმარტება 2.1.4.14: $\tilde{R}_1$ და $\tilde{R}_2$ ფაზი-მიმართებათა $(\min-\max)$ -კომპოზიცია (მინმაქსური ნამრავლი) $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \inf_{y \in X} \max\{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)\}, \ \forall \ (x, \ z) \in \ X^2.$$

მაგალითი (2.1.4.9)-ის პირობებში მინმაქსური კომპოზიცია ტოლია:

$$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.2 & 0 & 0.3 & 0.2 \\ 0.4 & 0 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.4 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0.6 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} \end{array}.$$

კომპოზიციის შემოყვანილი სხვადასხვა ოპერაციების შედარებისათვის განვიხილოთ $\tilde{R}_1$ და $\tilde{R}_2$ ფაზი-მიმართებების კომპოზიციების მარტივი მაგალითი სასრულ ორელემენტიან X სიმრავლეზე.

$$\begin{pmatrix} 0.2 & 0.6 \\ 0.5 & 0.8 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.7 \\ 0.3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0.3 & 0.6 \\ 0.5 & 0.8 \end{pmatrix} & (\max - \min) \\ \begin{pmatrix} 0.5 & 0.7 \\ 0.5 & 0.7 \end{pmatrix} & (\min - \max) \\ \begin{pmatrix} 0.18 & 0.6 \\ 0.25 & 0.8 \end{pmatrix} & (\max - \times) \end{cases}$$

შენიშვნა: განმარტებებიდან ჩანს, რომ მაქსმულტიპლიკატიური ნამრავლი მაქსმინური ნამრავლის ქვესიმრავლეა. მოყვანილი მაგალითი თავსდება ამ ჩარჩოებში.

არამკაფიო მიმართებათა თვისებები

• X^2 დეკარტულ ნამრავლზე $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართებას ეწოდება **რეფლექსური**, თუ $\mu_{\tilde{R}}(x,x) = 1, \ \forall \, x \in X$.

სასრული X სიმრავლისათვის რეფლექსური ფაზი-მიმართების მატრიცის მთავარი დიაგონალი შეიცავს მხოლოდ ერთიანებს.

რეფლექსური ფაზი-მიმართების მაგალითად შეიძლება გამოდგეს მიმართება "მიახლოებით ტოლი" ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეზე.

• X^2 დეკარტულ ნამრავლზე $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართებას ეწოდება ანტირეფლექსური, თუ $\mu_{\tilde{R}}(x,x) = 0, \ \forall \, x \in X$..

სასრული X სიმრავლის შემთხვევაში ანტირეფლექსური მიმართების მატრიცის მთავარი დიაგონალი შეიცავს მხოლოდ ნულებს.

მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ ფაზი-მიმართება “ზევრად მეტია”. თვალნათლივია, რომ რეფლექსური მიმართების დამატება ანტირეფლექსურია.

• X^2 დეკარტულ ნამრავლზე $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართებას ეწოდება სიმეტრიული, თუ $\mu_{\tilde{R}}(x,y)=\mu_{\tilde{R}}(y,x),\ \forall(x,y)\in X^2$.

თუ X სასრული სიმრავლეა, სიმეტრიული ფაზი-მიმართების მატრიცა სიმეტრიულია, ანუ $r_{ij}=r_{ji}$. ამ მიმართების შესაბამისი გრაფი არაა ორიენტირებული სიმეტრიული ფაზი-მიმართების.

მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ მიმართება “სიდიდით ძალიან განსხვავება”.

• X^2 დეკარტულ ნამრავლზე $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართებას ეწოდება ანტისიმეტრიული თუ მისი მიკუთვნების ფუნქციას გააჩნია შემდეგი თვისება:

$$\mu_{\tilde{R}}(x,y)>0\ \Rightarrow\ \mu_{\tilde{R}}(y,x)=0,\ \forall(x,y)\in X^2\,|\,x\neq y.$$

ეს თვისება შეიძლება ავღწეროთ შემდეგი ორი ექვივალენტური სახით:

$$\mu_{\tilde{R}}(x,y)\times\mu_{\tilde{R}}(y,x)=0,\ \forall(x,y)\in X^2\,|\,x\neq y;$$

$$\min\{\mu_{\tilde{R}}(x,y),\mu_{\tilde{R}}(y,x)\}=0,\ \forall(x,y)\in X^2\,|\,x\neq y.$$

ასეთი მიმართების მაგალითად შეიძლება მოვიყვანოთ მიმართება “ზევრად მეტია”.

შენიშვნა: ყველა არარეფლექსური (არასიმეტრიული) მიმართება არაა ანტირეფლექსური (ანტისიმეტრიული).

• X^2 დეკარტულ ნამრავლზე $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართებას ეწოდება ტრანზიტიული, თუ $\tilde{R}\circ\tilde{R}\subseteq\tilde{R}$.

ამ განმარტებიდან თვალნათლივ ჩანს, რომ ტრანზიტიულობა პირდაპირ დამოკიდებულია კომპოზიციის სახეობაზე.

შენიშვნა: თუ ფაზი-მიმართებას გააჩნია მაქსმინური ტრანზიტიულობა, მას გააჩნია აგრეთვე მაქსმულტიპლიკატიური ტრანზიტიულობაც, ხოლო მაქსმულტიპლიკატიური ტრანზიტულობის მქონე ფაზი-მიმართებას, ზოგადად, შეიძლება არ გააჩნდეს ორი სხვა აზრის ტრანზიტიულობა.

ცხრილი N2.1.4.1

ტრანზიტიულობის განმარტებები სხვადასხვა კომპოზიციების პირობებში

$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ **კომპოზიცია**	**ტრანზიტულობის სახე**
მაქსმინური	$\sup\limits_{y \in X} \min\{\mu_{\tilde{R}}(x,y), \mu_{\tilde{R}}(y,z)\} \geq \mu_{\tilde{R}}(x,z),\ \forall\ (x,\ z) \in X^2.$
მაქსმულტიპლიკატიური	$\sup\limits_{y \in X} \{\mu_{\tilde{R}}(x,y) \times \mu_{\tilde{R}}\ (y,z)\} \leq \mu_{\tilde{R}}(x,z),\ \forall\ (x,\ z) \in X^2.$
მინმაქსური	$\inf\limits_{y \in X} \max\{\mu_{\tilde{R}}(x,y), \mu_{\tilde{R}}\ (y,z)\} \leq \mu_{\tilde{R}}(x,z),\ \forall\ (x,\ z) \in X^2.$

ტრანზიტიული ჩაკეტვა. X^2 დეკარტულ ნამრავლში $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართების ტრანზიტული ჩაკეტვა განისაზღვრება შემდეგნაირად [3, 6]:

$$\hat{\tilde{R}} = \tilde{R} \bigcup \tilde{R}^2 \bigcup \ldots \bigcup \tilde{R}^n \ldots, \tilde{R}^n = \tilde{R}^{n-1} \circ \tilde{R} = \tilde{R} \circ \tilde{R}^{n-1},\ n = 2.$$

ტრანზიტიული ჩაკეტვის შემოღებისას აუცილებელია მიუთითოთ თუ რა სახის კომპოზიციას ვიყენებთ.

თეორემა: ნებისმიერი ფაზი-მიმართების ტრანზიტიული ჩაკეტვა არის ტრანზიტიული ფაზი-მიმართება.

მნიშვნელოვანი თვისება: თუ ფაზი-მიმართება $\tilde{R}$ ტრანზიტიულია, მაშინ ის ემთხვევა თავის ტრანზიტიულ ჩაკეტვას.

ფაზი-მიმართებათა დეკომპოზიციის თეორემა: ნებისმიერი $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართება შეიძლება წარმოვადგინოთ ასეთი ფორმით: $\tilde{R} = \bigcup\limits_{\alpha \in]0,1]} \alpha R_\alpha$,

სადაც $\mu_{R_\alpha}(x,y) = \begin{cases} 1, if\ \mu_{\tilde{R}}(x,y) \geq \alpha \\ 0, \mu_{\tilde{R}}(x,y) < \alpha \end{cases}.$

აქ ჩანაწერი αR_α ნიშნავს, რომ R_α ჩვეულებრივი მიმართების ყველა ელემენტი მრავლდება α-ზე.

განვიხილოთ $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართება x^2 დეკარტულ ნამრავლში, სადაც x-ს გააჩნია სიმძლავრე n, ანუ $X=\{x_1,x_2,...,x_n\}$ მაშინ მისი ტრანზიტული ჩაკეტვა განისაზღვრება შემდეგნაირად $\hat{\tilde{R}}=\bigcup_{k=1}^{n} R^k$.

შენიშვნა: თუ რომელიმე $\tilde{R}^t=\tilde{R}^{t+1}$, $t<n-1$, ახარისხების პროცესი შეიძლება შეჩერდეს.

თეორემა: თუ ფაზი-მიმართება $\tilde{R}$ ტრანზიტული და რეფლექსურია, მაშინ $\tilde{R}^k=\tilde{R},\ k=1,2,3,...$

მნიშვნელოვანი თვისება: თუ სიმრავლე $X=\{x_1,x_2,...,x_n\}$ და $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართება რეფლექსურია, მაშინ მისი ტრანზიტული ჩაკეტვა ასეთია $\hat{\tilde{R}}=\tilde{R}^{n-1}$.

მნიშვნელოვანი თვისება: ძალზედ სასარგებლოა ის ფაქტი, რომ $\tilde{R}$ ფაზი-მიმართების ტრანზიტული ჩაკეტვის α დონე ემთხვევა შესაბამისი α დონის ტრანზიტულ ჩაკეტვას $\left(\hat{\tilde{R}}\right)_\alpha=\hat{\tilde{R}}_\alpha,\ \forall\alpha\in\left]0,1\right]$.

აღსანიშნავია ის ფაქტი, რომ ფაზი-მიმართების ტრანზიტული ჩაკეტვა მხოლოდ ზოგიერთ თვისებებს ინარჩუნებს. ეს თვისებებია: რეფლექსურობა, სიმეტრიულობა, ტრანზიტულობა, სისრულე.

$\tilde{R}$ ფაზი-მიმართებას ეწოდება სრული, თუ $\tilde{R}\cup\tilde{R}^{-1}=U$ ანუ

$\max\left\{\mu_{\tilde{R}}(x,y),\mu_{\tilde{R}}(y,x)\right\}=1,\ \forall(x,y)\in X^2$

აქ $\tilde{R}$-ის სიმეტრიული მიმართების აღნიშვნაა $\tilde{R}^{-1}$.

2.1.5. ფაზი-ლოგიკა. კლასიკური ორმნიშვნელობიანი (ჭეშმარიტი ან მცდარი) ლოგიკა შეიძლება გაფართოვდეს სამნიშვნელობიან ლოგიკამდე, სადაც ჭეშმარიტობის, მცდარობის და განუზღვრელობის აღსანიშნავად გამოიყენება შესაბამისად 1, 0 და $\frac{1}{2}$.

უარყოფის ოპერატორი $\bar{a}=1-a$. ამიტომ $\bar{1}=0;\ \bar{0}=1;\ \overline{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$. სხვა ოპერატორები, როგორიცაა $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$ განსხვავდებიან სხვადასხვა ლოგიკაში. აღნიშნული ოთხი ოპერატორისთვის ცხრილი N2.1.5.1-ში მოცემულია ხუთი ყველაზე ცნობილი სამმნიშვნელობიანი ლოგიკა ავტორთა დასახელებით [7].

ცხრილი N 2.1.5.1.

		Lukasiewicz				Bochvar				Kleene				Heyting				Reichenbach			
a	b	$\wedge$	$\vee$	$\Rightarrow$	$\Leftrightarrow$	$\wedge$	$\vee$	$\Rightarrow$	$\Leftrightarrow$	$\wedge$	$\vee$	$\Rightarrow$	$\Leftrightarrow$	$\wedge$	$\vee$	$\Rightarrow$	$\Leftrightarrow$	$\wedge$	$\vee$	$\Rightarrow$	$\Leftrightarrow$
0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	0	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1
$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$
1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

ცხრილიდან კარგად ჩანს, რომ არცერთი ამ ლოგიკიდან არ აკმაყოფილებს წინააღმდეგობრიობის კანონს $(a \wedge \bar{a}=0)$, გამორიცხული მესამის კანონს $(a \vee \bar{a}=1)$ და ზოგიერთ იმ თვისებებს, რომლებიც კლასიკურ ლოგიკაში სრულდება.

მაგალითად, Bochvar [7]-ის სამნიშვნელობიანი ლოგიკაში ცხადად ჩანს, რომ არ აკმაყოფილებს ორმნიშვნელობიანი (კლასიკური) ლოგიკის არცერთ ტავტოლოგიას, რადგან მისი პრიმიტივებიდან თითოეული წარმოადგენს შეფასებას $\frac{1}{2}$, როცა a და b-დან რომელიმე ღებულობს ამ მნიშვნელობას, ამიტომ განიხილავენ ჩვეულებრივი გაგებით ტავტოლოგიის გაფართოებას ფართო გაგებით კვაზიტავტოლოგიამდე.

ჩვენ ვამბობთ, რომ სამგანზომილებიან ლოგიკაში ლოგიკური ფორმულა, რომელიც არ ღებულობს ჭეშმარიტობის შეფასებას 0 (მცდარობა), დამოუკიდებელია მის პროპოზიციული ცვლადებზე დანიშნული ჭეშმარიტობის შეფასებისგან წარმოადგენს კვაზიტავტოლოგიას. ანალოგიურად ვიძახით, რომ ლოგიკური ფორმულა, რომელიც არ ღებულობს შეჭმარიტობის შეფასებას 1 (ჭეშმარიტობა) წარმოადგენს კვაზი-კონტრადიქციას [7].

სამგანზომილებიანი ლოგიკა მიღებული იყო როგორც მნიშვნელოვანი და სასარგებლო, მაგრამ გაჩნდა იდეა გამოეკვლიათ n–მნიშვნელობიანი ლოგიკა ჭეშმარიტობის შეფასების ნებისმიერი $n \geq 2$ რიცხვისათვის. რამოდენიმე n–განზომილებიანმა ლოგიკამ განვითარება ჰპოვა 1930 წელს. ნებისმიერი მოცემული n რიცხვისათვის ჭეშმარიტობის შეფასებები აღნიშნულ ლოგიკებში ჩვეულებრივ იღებენ რაციონალური რიცხვით მნიშვნელობებს $[0, 1]$ ინტერვალიდან. ეს შეფასებები მიიღება 0–სა და 1–შორის ინტერვალის თანაბრად დაყოფით. ამრიგად, n–მნიშვნელობიანი ლოგიკის ჭეშმარიტობის შეფასებების T_n სიმრავლე განისაზღვრება როგორც $T_n = \left\{ 0 = \frac{0}{n-1}, \frac{1}{n-1}, \frac{2}{n-1}, ..., \frac{n-2}{n-1}, \frac{n-1}{n-1} = 1 \right\}$.

ეს სიდიდეები შეიძლება იყოს მიღებული როგორც ჭეშმარიტობის ხარისხები.

პირველი სერია n–მნიშვნელობიანი ლოგიკისა, რომლისთვისაც $n \geq 2$ შემოთავაზებული იყო 1930 წლის დასაწყისში Lukasiewicz–ის მიერ როგორც მისი სამნიშვნელობიანი ლოგიკის განზოგადება. იგი იყენებს T_n –ში ჭეშმარიტობის მნიშვნელობებს და პრიმიტივებს განსაზღვრავს შემდეგი ტოლობებით:

$$\begin{aligned} \bar{a}. &= 1 - a, \\ a \wedge b &= \min(a, b), \\ a \vee b &= \max(a, b), \qquad (2.1.5.1) \\ a \Rightarrow b &= \min(1, 1 + b - a), \\ a \Leftrightarrow b &= 1 - | a - b |. \end{aligned}$$

Lukasiewicz–მა ფაქტობრივად გამოიყენა მხოლოდ უარყოფა და იმპლიკაცია (გამომდინარეობა) როგორც პრიმიტივები და სხვა ლოგიკური ოპერაციები განსაზღვრა ამ ორი პრიმიტივით შემდეგნაირად:

$$a \vee b = (a \Rightarrow b) \Rightarrow b,$$
$$a \wedge b = \overline{\overline{a} \vee \overline{b}},$$
$$a \Leftrightarrow b = (a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a).$$

თითოეული $n \geq 2$, Lukasiewicz–ის n–მნიშვნელობიანი ლოგიკა ლიტერატურაში ჩვეულებრივ აღინიშნება L_n –ით. ჭეშმარიტობის შეფასებები აღებულია T_n –დან და მისი პრიმიტივები განსაზღვრულია (2.1.5.1) ფორმულებით. ასეთი $(L_2, L_3, ..., L_\infty)$ ლოგიკების მიმდევრობა შეიცავს ორ კერძო შემთხვევას – L_2 და L_∞ ლოგიკებს. L_2 წარმოადგენს კლასიკურ ორმნიშვნელობიან ლოგიკას, ხოლო L_∞ – უსასრულო–მნიშვნელობიან ლოგიკას, რომლის ჭეშმარიტობის ხარისხები აიღება ყველა რაციონალური რიცხვების T_∞ სიმრავლიდან $[0,1]$ ინტერვალში.

§2.2. დემპსტერ-შეიფერის ნდობის სტრუქტურა. დემპსტერ–შეიფერის ტემპორალიზებული ნდობის სტრუქტურის აღწერა.

მონაცემთა ტანის თეორია (Evidence Theory) დაფუძნებულია ორ არამკაფიო (ფაზი) ზომაზე: **ნდობის ზომაზე (Belief measures)** და **დასაჯერობის ზომაზე (Plausibility measures),** რომლებიც განუზღვრელი ინფორმაციის ცალკეული ნაწილების ერთად კომბინირებისათვის ხდომილების ალბათობის გამოსათვლელად გამოიყენება [9].

ვთქვათ, მოცეული გვაქვს სასრული X უნივერსალური სიმრავლე, $P(X)$ -ით აღვნიშნოთ მისი ყველა შესაძლო ქვესიმრავლე ცარიელი სიმრავლის ჩათვლით. მაშინ მისი ნდობის ზომა განისაზღვრება ფუნქციით [9]:

$Bel : P(X) \to [0,1]$.

აქედან გამომდინარე X –ის ყველა შესაძლო ქვესიმრავლისათვის გვექნება: $Bel(\emptyset) = 0,\ Bel(X) = 1$, და

$$
\begin{aligned}
Bel(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) \geq & \sum_j Bel(A_j) \\
& - \sum_{j<k} Bel(A_j \cap A_k) \\
& + \sum_{j<k<l} Bel(A_j \cap A_k \cap A_l) \\
& . \\
& . \\
& . \\
& + (-1)^{n+1} Bel(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) \qquad (2.2.1)
\end{aligned}
$$

ნდობის ზომის ეს თვისება ნიშნავს, რომ ის არის სუპერადიციური შემდეგი გაგებით:

$Bel(A \cup B) \geq Bel(A) + Bel(B)$,

$A, B \in P(X)$ სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლისთვის. როცა, X არის უსასრულო, ფუნქცია Bel ასევე მოითხოვს რომ იყოს შემოუსაზღვრავი ზემოდან.

დასაჯერობის ზომა არის ფუნქცია: $Pl : P(X) \to [0,1]$,

აქედან გამომდინარე X –ის ყველა შესაძლო ქვესიმრავლისთვის:

$Pl(\emptyset) = 0,\ Pl(X) = 1$ და

$$Pl(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) \geq \sum_j Pl(A_j)$$
$$- \sum_{j<k} Pl(A_j \cup A_k)$$
$$+ \sum_{j<k<l} Pl(A_j \cup A_k \cup A_l)$$
.

.

.
$$+ (-1)^{n+1} Pl(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) \quad . \qquad (2.2.2)$$

დასაჯერობის ზომის ეს თვისება ნიშნავს, რომ ის არის სუბადიციური შემდეგი გაგებით:

$$Pl(A \cup B) \leq Pl(A) + Pl(B),$$

$A, B \in P(X)$ სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლისთვის. როცა, X არის უსასრულო, ფუნქცია Pl ასევე მოითხოვს რომ იყოს შემოუსაზღვრავი ქვემოდან.

კარგად არის ცნობილი, რომ ნებისმიერი ამ ორი ზომიდან არის ცალსახად განსაზღვრული შემდეგი ტოლობით:

$$Pl(A) = 1 - Bel(\overline{A}) \; ,$$

ყველა $A \in P(X)$ –თვის, სადაც $\overline{A}$ არის A –ს დამატება. ასევე კარგად არის ცნობილი, რომ

$$Pl(A) \geq Bel(A), \qquad (2.2.3)$$

ნებისმიერი $A \in P(X)$–თვის.

მონაცემთა ტანის თეორია, რომელიც განუზღვრელობის განაწილების მნიშვნელოვანი ინსტრუმენტია, კარგად არის განმარტებული შეიფერისა და დემპსტერის მიერ. რის გამოც თეორია ხშირად იწოდება როგორც **დემპსტერ–შეიფერის თეორია** [9, 10, 11].

ნდობის და დასაჯერობის ზომა შეიძლება აღიწეროს შემდეგი მახასიათებელი ფუნქციით, რომელსაც **ფოკალურ ალბათობას** უწოდებენ.

$$m : P(X) \to [0,1],$$

რომელიც უნდა აკმაყოფილებდეს შემდეგ ორ პირობას:

(I) $\qquad m(\emptyset) = 0$

(II) $$\sum_{A\in P(X)} m(A)=1,$$

ამ ფუნქციას ეწოდება **ძირითადი ალბათური განაწილება (basic probability assignment).** თითოეული $A\in P(X)$ სიმრავლისთვის $m(A)$ – ელემენტის წონაა, იგი ასახავს ფარდობას ყველა არსებულ და რელევანტურ ხდომილებას შორის, რომლებიც აკმაყოფილებენ პირობას, რომ, განსაზღვრული X ელემენტი მიეკუთვნება მხოლოდ და მხოლოდ A-ს და არ მიეკუთვნება არცერთ მის ქვესიმრავლეს. აქედან გამომდინარე შეიძლება განისაზღვროს შესაძლებლობითი ინტერვალების ზედა და ქვედა საზღვრები. ეს ინტერვალები შეიცავენ განსახილველი ქვესიმრავლის ზუსტ ალბათობებს (კლასიკური თვალსაზრისით), და შემოსაზღვრულია ორი არაადიტირებული უწყვეტი ზომით, რომელსაც ეწოდება **ნდობა (Belief)** და **დასაჯერობა (Plausibility)** [8]:

$$Bel(A)\le P(A)\le Pl(A),$$

$Bel(A)$ ნდობის ზომა A სიმრავლის მიმართ განისაზღვრება როგორც ყველა მისი განსახილველი ქვესიმრავლის ჯამი:

$$Bel(A)=\sum_{B|B\subseteq A} m(B)$$

ხოლო, დასაჯერობის ზომა $Pl(A)$ – ეს არის წონების ჯამი ყველა იმ B სიმრავლისა, რომლებიც გადაკვეთენ განსახილველ A სიმრავლეს:

$$Pl(A)=\sum_{B|B\cap A\neq 0} m(B)$$

თუ $A\subset X$ ისეთი ქვესიმრავლეა, რომ $m(A)>0$, მაშინ მას **ეტალონი** ეწოდება. ყველა ასეთი **ეტალონთა სიმრავლე** აღვნიშნოთ $\Im$ –ით, $<\Im, m>$ – **წყვილს ეწოდება მონაცემთა ტანი.**

დემპსტერ–შეიფერის ტემპორალიზებული ნდობის სტრუქტურის აღწერა. განვიხილოთ ისეთი საინფორმაციო ნაკადების ანალიზი, რომელიც საექსპერტო ცოდნის დაზუსტების მოდელირებას ახდენს გადაწყვეტილების მიღების ზოგად სისტემებში. გადაწყვეტილების მიღების სისტემა, რომელიც გააერთიანებს გადაწყვეტილების მიღების ცოდნის ტექნოლოგიებსა და მეთოდებს, განვიხილავთ როგორც კორტეჟს:

$$(\Omega, D, U, I, K, T, \subset) \tag{2.2.4}$$

სადაც $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n\}$ – სისტემის მდგომარეობათა (მოქმედებების, აქტივობების, ფაქტორთა, სიმპტომთა და ა.შ) სიმრავლეა;

$D = \{d_1, d_2, ..., d_m\}$ – გადაწყვეტილების მიმღები პირის (გმპ) მიერ მისაღები შესაძლო გადაწყვეტილებების (ალტერნატივების, დიაგნოზების და სხვა) სიმრავლეა;

T – დროის სტრუქტურაა, რომელიც ასახავს სისტემის მდგომარეობებსა და შესაძლო გადაწყვეტილებებზე გადაწყვეტილების მიმღები პირის უპირატესობათა, აქტივობებისა და შეფასებების, როგორც ინფორმაციის დაზუსტების ევოლუციის ინდექსს. დასაშვებია $T = \{0, 1, ..., N\}$ თუ $N = 0$ გვაქვს სტატიკური გარემო; თუ $N \geq 1$ ან $T = Z_0^+$ – მაშინ ტემპორალიზებული გარემო;

I - ინფორმაციაა სისტემის მდგომარეობათა განუზღვრელობაზე დემპსტერ–შეიფერის ნდობის სტრუქტურის სახით. I შეიძლება იყოს:

$U = \langle U_1, U_2, ..., U_p \rangle, \quad U_k \in \Omega \times D \times T, \quad k = 1, ..., p$ – მკაფიო ან არამკაფიო მიმართებათა ვექტორია, რომელიც წარმოადგენს გმპ–ს უპირატესობათა საექსპერტო შეფასებების ტემპორალურ ნაკადს სისტემის მდგომარეობებზე შესაძლო გადაწყვეტილებებთან, ალტერნატივებთან მიმართებაში.

$\mathrm{K} = \{k_1, k_2, ..., k_q\}$, $k_i : U = (U_1, U_2, ..., U_q), \quad i = 1, ..., q$ - გმპ–ს უპირატესობათა შეფასებებზე განმარტებული ანალიზური თუ ლოგიკური ოპერატორია, რომელიც ქმნის გადაწყვეტილების მიღების მრავალკრიტერიალურ მოდელს.

მონაცემთა ტანის ევოლუციის სტრუქტურა, ანუ დემპსტერ–შეიფერის ტემპორალიზებული ნდობის სტრუქტურა, რომელიც სისტემის მდგომარეობებზე დაზუსტებული ინფორმაციის (ცოდნის) საექსპერტო შეფასებათა ტემპორალიზებულ ნაკადს ქმნის, ასე წარმოიდგინება:

$$\langle \Im_0, m_0 \rangle \subset \langle \Im_1, m_1 \rangle \subset \cdots \subset \langle \Im_N, m_N \rangle \subset \cdots \qquad (2.2.5)$$

სადაც $\langle \Im_t, m_t \rangle, (t = 0,1...)$, t– ური დაზუსტებული ინფორმაციის შესაბამისი მონაცემთა ტანია. მაგალითისთვის მონაცემთა დაზუსტების (ჩართვის) $\subset$ მიმართება განმარტებულია (2.2.5) ტიპის ინფორმაციულ ნაკადში იგი წარმოადგენს წინა $(t-1)$ ნდობის სტრუქტურის დაზუსტებას. რაც უზრუნველყოფს მონაცემთა ტანის საბაზო ალბათური განაწილების შეიფლის ენტროპიის [9] შემცირებას.

$$H_{shapley}(m_t) \geq H_{Shapley}(m_{t+1}), \quad t \in T \qquad (2.2.6)$$

შევნიშნოთ, რომ ყოველი საექსპერტო ცოდნის მეთოდისთვის ჩართვის $\subset$ მიმართება განმარტებული იქნება ინდივიდუალურად. იგი იქნება ან ფორმულა ან ალგორითმი, ან პირიქით დაპროგრამების ამოცანის ამონახსნი და ა.შ., რომელიც უზრუნველყოფს საინფორმაციო ზომების, ენტროპიის, არასპეციფიურობის და ა.შ. შემცირებას.

§2.3. მრავალჯერადი ატრიბუტული გადაწყვეტილების მიღების სისტემები (MADM-ისამოცანა).

მრავალჯერადი ატრიბუტული გადაწყვეტილების მიღების სისტემებში (MADM – Multiple Attribute Decision Making), გადაწყვეტილების მიმღები პირები (DMs – Decision Makers) ხშირად აწყდებიან ალტერნატივების ამორჩევის ან რანჟირების პრობლემას, რომლებიც ხასიათდებიან არათანაზომადი და კონფლიქტური ატრიბუტებით. გადაწყვეტილების მიმღები პირების (გმპ-ების) უპირატესობათა ინფორმაცია ალტერნატივებზე ხშირად გამოიყენება ყველაზე მისაღები ალტერნატივის რანჟირებისა ან ამორჩევისათვის. თუმცა, სხვადასხვა კულტურის და განათლების ფონის გამო, გმპ-ების გადაწყვეტილებები იცვლება ფორმისა და სიღრმისეულად. მათ შეუძლიათ ალტერნატივებზე თავიანთი უპირატესობები გამოხატონ სპეციფიკურ სტილში ან შეუძლიათ საერთოდ არ გამოხატონ. ამ ნაშრომში, ალტერნატივებზე უპირატესობათა ინფორმაცია იყენებს შემდეგი წარმოდგენის ფორმებს: ***უპირატესობათა დალაგებადობა, გამოყენებითი მნიშვნელობების ვექტორი, ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულება, ამორჩეული ქვესიმრავლე, ფაზი ამორჩეული ქვესიმრავლე, უპირატესობათა ნორმალური დამოკიდებულება, ლინგვისტური ტერმინების ვექტორი*** და ***წყვილური შედარება*** [11].

ალტერნატივებზე უპირატესობათა ინფორმაციის სხვადასხვა ფორმები საჭიროა იყოს უნიფორმირებული. ალტერნატივებზე მოცემული ინდივიდუალური ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულებები, მიახლოებითი გადაწყვეტილების ორი ტიპი - ***პირდაპირი*** და ***არაპირდაპირი მიახლოება***, შეიძლება გამოყენებული იქნას ყველაზე სასურველი ალტერნატივის ამორჩევისათვის. პირდაპირ მიახლოებაში (აპროქსიმაცია)

ყველაზე საუკეთესო ალტერნატივის ამორჩევა პირდაპირ დამოკიდებულია გმპ-ების ინდივიდუალურ ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულებებზე. არაპირდაპირ მიახლოებაში, ინდივიდუალური ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულებები პირველად დაკავშირებულია სოციალურ ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულებებზე. ამორჩევის პროცესი ტარდება დაკავშირების შედეგის საფუძველზე. განსახილველი საკითხი დაფუძნებულია სოციალურ ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულებაზე, სადაც ყველაზე მისაღები ალტერნატივის ამორჩევისათვის ითვლება წამყვანი დომინირებული ხარისხის კვანტორი (QGDD – the quantifier guided dominance degree) და წამყვანი არადომინირებული ხარისხის კვანტორი (QGNDD - the quantifier guided non-dominance degree).

2.3.1. პრობლემის აღწერა. MADM-ის პრობლემის წარმოდგენისათვის გამოიყენება შემდეგი დაშვებები და აღნიშვნები:

• ***ცნობილია ალტერნატივები:*** $S=\{S_1,S_2,...,S_m\}$, $m(\geq 2)$ ავღნიშნოთ შესაძლო ალტერნატივების დისკრეტული სიმრავლე.

• ***ცნობილია ატრიბუტები:*** $R=\{R_1,R_2,...,R_n\}$, $n(\geq 2)$ ავღნიშნოთ ატრიბუტების სიმრავლე. ატრიბუტები ითვლება ადიციურად დამოუკიდებლად.

• ***ცნობილია გადაწყვეტილების მატრიცა:*** $A=\left[a_{ij}\right]_{mxn}$ ავღნიშნოთ გადაწყვეტილების მატრიცა, სადაც a_{ij} არის რიცვითი მნიშვნელობა S_i ალტერნატივებისთვის შესაბამისი R_j ატრიბუტებით, $i=1,.....,m; j=1,.....,n$.

• ***ცნობილია გდპ-ების ჩართულობა:*** $E=\{e_1,e_2,...,e_k\}$ გდპ-ების სიმრავლე $k(\geq 2)$. გდპ-ების სხვადასხვა კულტურის და განათლების ფონის, გადაწყვეტილების პრობლემისა და სიტუაციის კომპლექსურობის გამო ალტერნატივებზე უპირატესობათა ინფორმაცია წარმოდგენილია სხვადასხვა ფორმებში. გდპ-ების მიერ შეიძლება იყოს გამოყენებული უპირატესობათა ინფორმაციის შემდეგი რვა ფორმა:

1. ***უპირატესობათა დალაგებადობა ან დალაგებული ვექტორი*** შეიძლება იქნეს გამოყენებული გდპ-ების მიერ $e_k\,(e_k \in E)$ ალტერნატივებზე თავიანთი უპირატესობების გამოსახატავად: $O^k=(o^k(1),...,o^k(m))$, სადაც $o^k(\cdot)$ არის ინდექსთა $\{1,.....,m\}$ სიმრავლეზე გადანაცვლების ფუნქცია და $o^k(i)$

წარმოადგენს $S_i,\ i=1,....,m$ ალტერნატივის რანჟირებულ მდგომარეობას. ალტერნატივები რანჟირებულია საუკეთესოდან ცუდისკენ.

2. *გამოყენებითი მნიშვნელობები ან გამოყენებითი მნიშვნელობების ვექტორი:* $U^k=(u_1^k,...,u_m^k), u_i^k\in[0,1], 1\le i\le m,$ სადაც u_i^k წარმოადგენს გამოყენებითი მნიშვნელობებს მოცემულს e_k გდპ-ებისგან $S_i,\ e_k\in E$ ალტერნატივისთვის.

განმარტება 2.3.1.1: A ლინგვისტური $\tilde{B}$ ტერმინი R^+ სიმრავლეზე აღინიშნება (u,α,β) , განისაზღვრება როგორც სამკუთხა არამკაფიო რიცხვი თუ მისი მახასიათებელი ფუნქცია $\mu_{\tilde{B}}:R^+\to[0,1]$ შემდეგი სახისაა:

$$\mu_{\tilde{B}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-\alpha}{u-\alpha}, & x\in[\alpha,u]\\ \dfrac{x-\beta}{u-\beta}, & x\in[u,\beta]\\ 0, & otherwise\end{cases}$$

სადაც $\alpha\le u\le\beta$ და u არის მოდალური სიდიდე. α,β იკავებს პოზიციას $\tilde{B}$-ის support -ის ქვედა და ზედა მნიშვნელობებისთვის. ამ თემაში, ლინგვისტური ტერმინი გამოყენებული იქნა გდპ-ების მიერ ალტერნატივებზე თავიანთი უპირატესობის გამოსახატავად: "ძალიან კარგი" (1, 0.8, 1)-თვის, "კარგი" (0.75, 0.6, 0.9)-თვის, "რიგიანი" (0.5, 03, 0.7)-თვის, "ცუდი" (0.25, 0.05, 0.45)-თვის, "ძალიან ცუდი" (0, 0, 0.2)-თვის.

3. *ლინგვისტური ტერმინების ვექტორი* S *-ზე:* $L^k=(l_1^k,...,l_m^k)$. როგორც განხილულია განმარტება 2.3.1.1-ში, l_i^k წარმოადგენს ლინგვისტურ შეფასებას მოცემულს e_k გდპ-ებისგან $S_i,\ e_k\in E$ ალტერნატივისთვის.

4. *გდპ-ების მიერ* S *-ის ამორჩეული ქვესიმრავლე* შეიძლება იყოს გამოყენებული ალტერნატივების ნაწილზე თავიანთი უპირატესობის გამოსახატავად: $\bar{S}=\{S_{i_1},...,S_{i_m}\}\subset S,\ i_m<m$. ალტერნატივები $\bar{S}$ -ში ექვივალენტურია და დომინირებენ მათზე S -ის მარცხნივ. ასევე $S/\bar{S}$ -ში ალტერნატივები ერთმანეთის ექვივალენტურია.

5. *გდპ-ების* e_k *(*$e_k\in E$*) მიერ* S *-ის ფაზი ამორჩეული ქვესიმრავლე* შეიძლება იყოს გამოყენებული ალტერნატივების ნაწილზე ლინგვისტური ტერმინებით

(ფაზი რიცხვები) თავიანთი უპირატესობის გამოსახატავად: $\tilde{S} = \{(S_{i_1}, l_{i_1}^k), ..., (S_{i_n}, l_{i_n}^k) \subset S,\ i_n < m,$ და $l_{i_j}^k$ არის ლინგვისტური ტერმინი, $i_j = 1, ..., i_n$. მაგალითად, გდპ ფიქრობს, რომ S_i ალტერნატივა არის "კარგი", რომ S_j არის "ძალიან კარგი" და ალტერნატივები S_h და S_l ორივე არიან "შესანიშნავი".

6. *ალტერნატივებზე უპირატესობათა ნორმალური დამოკიდებულება* გდპ-ების მიერ შეიძლება იყოს მოცემული. გდპ უპირატესობას ანიჭებს S_i-ს S_j-სთან შედარებით, ხოლო S_c-ს - S_h და S_l ალტერნატივებთან შედარებით. თუ განხილულია ალტერნატივების მხოლოდ ნაწილი, შეუხებელი ალტერნატივები არიან როგორც ერმანეთის ექვივალენტური, ასევე განხილული ალტერნატივების ექვივალენტურიც.

7. გდპ-ების მიერ, ალტერნატივებზე შეიძლება იყოს გამოყენებული ***წყვილური შედარება.*** გდპ-ები e_k ($e_k \in E$) ალტერნატივებზე თავიანთ უპირატესობას გამოხატავენ წყვილური შედარების მატრიცის ფორმაში, $H = (h_{ij})_{mxm}$. სადაც h_{ij} წარმოადგენს S_i ალტერნატივის S_j ალტერნატივაზე უპირატესობების შეფარდებას (Saaty). H განსაზღვრულია შემდეგი თვისებებით:

$$h_{ij} = \frac{1}{h_{ji}}, 1 \le i \ne j \le m, \quad (2.3.1.1)$$

$$h_{ii} = 1, \quad i = 1, ..., m, \quad (2.3.1.2)$$

$$h_{ij} > 0, \quad i = 1, ..., m, \quad (2.3.1.3)$$

8. ***ალტერნატივებზე ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულება:*** გდპ-ების უპირატესობათა დამოკიდებულება აღწერილია P ბინარული ფაზი დამოკიდებულებით S-ში, სადაც $P : S \times S \to [0,1]$ და p_{ij} აღნიშნავს S_i-ის უპირატესობათა ხარისხს S_j-ზე. P დაშვებულია იყოს შექცეული სიდიდე განსაზღვრული, $p_{ij} + p_{ji} = 1$ და $p_{ii} = -$ (სიმბოლო " - " ნიშნავს, რომ გდპ არ საჭიროებს რაიმე უპირატესობის მინიჭებას S_i ალტერნატივაზე), $\forall i, j$.

პრობლემა მდგომარეობს ყველაზე სასურველი ალტერნატივის ამორჩევაში, რომელიც თავის მხრივ დაფუძნებულია მრავალჯერადი გდპ-ების მიერ ალტერნატივებზე მოცემული უპირატესობათა ინფორმაციის სხვადასხვა ფორმებზე.

2.3.2. უპირატესობათა ინფორმაციის უნიფორმირება სხვადასხვა ფორმებში.

2.3.2.1. ინდივიდუალური უპირატესობათა ინფორმაციის უნიფორმირება. ალტერნატივებზე უპირატესობათა ინფორმაციის სხვადასხვა ფორმები საჭიროებს უნიფორმირებას. ამ ნაშრომში გამოყენებულია უნიფიცირების შემდეგი პროცესი:

უპირატესობათა დალაგებადობის გამოყენება ალტერნატივების შესაფასებლად. გდპ-ები e_k $(e_k \in E)$ იყენებენ უპირატესობათა დალაგებადობას ან დალაგებულ ვექტორს $O^k = (o^k(1),...,o^k(m))$ ალტერნატივებზე თავიანთი უპირატესობის გამოსახატავად. უპირატესობათა დალაგებადობა შეიძლება იყოს შემდეგნაირად ტრანსფორმირებული S_i და S_j ალტერნატივებზე ფაზი უპირატესობათა დამოკიდებულებაში:

$$p_{ij}^k = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{o^k(j)}{m-1} - \frac{o^k(i)}{m-1}\right), 1 \le i \ne j \le m, \qquad (2.3.2.1.1)$$

სადაც $o^k(j)$ არი S_j ალტერნატივის რანჟირებული პოზიცია, $j = 1,.....,m.$

გამოყენებითი მნიშვნელობის ვექტორის გამოყენება ალტერნატივების შესაფასებლად. აქაც გდპ-ები e_k ($e_k \in E$) იყენებენ გამოყენებითი მნიშვნელობების ვექტორს $U^k = (u_1^k,...,u_m^k)$ ალტერნატივებზე თავიანთი უპირატესობის გამოსახატავად. U^k შეიძლება იყოს შემდეგნაირად ტრანსფორმირებული S_i და S_j ალტერნატივებზე ფაზი- უპირატესობათა დამოკიდებულებაში:

$$p_{ij}^k = \frac{(u_i^k)^2}{(u_i^k)^2 + (u_j^k)^2}, 1 \le i \ne j \le m, \qquad (2.3.2.1.2)$$

სადაც u_i^k წარმოადგენს S_i ალტერნატივისთვის სარგებლიანობის შეფასებას, მოცემულს გდპ-ის მიერ.

განმარტება 2.3.2.1. დავუშვათ $\tilde{A}$ არის ფაზი-სიმრავლე X-ზე და Y არის $[0,1]$. A მაქსიმალური მახასიათებელი დეფიზიფიკაციური ასახვის ფუნქცია $g(\cdot)$ X-დან Y-ში განისაზღვრება როგორც $g(\tilde{A}) = z^* \in Y$,

სადაც $z^* = \left\{ x^* \mid x^* \in X,\ \mu_{\tilde{A}}(x^*) \geq \mu_{\tilde{A}}(x), \forall x \in X \right\}$.

ლინგვისტური ტერმინების ვექტორის გამოყენება ალტერნატივების შესაფასებლად. ლინგვისტური ტერმინები e_k ($e_k \in E$) გდპ-ის მიერ შეიძლება იქნეს გამოყენებული ალტერნატივებზე თავიანთი უპირატესობის გამოსახატავად. S_i და S_j შევუსაბამოდ ლინგვისტური ტერმინები $\tilde{A}_i = (u_i, \alpha_i, \beta_i)$ და $\tilde{A}_j = (u_j, \alpha_j, \beta_j)$. აღნიშნული ასახვის f ფუნქცია და მაქსიმალური წევრის მიღების ასახვის g ფუნქცია (განხილულია განმარტება 2.3.2.1) შეიძლება გამოყენებული იყოს S_i და S_j ალტერნატივებზე არამკაფიო უპირატესობათა დამოკიდებულების მისაღებად,

$$f\left(\tilde{A}_i, \tilde{A}_j\right) = \frac{\tilde{A}_i \times \tilde{A}_j}{\tilde{A}_i \times \tilde{A}_i + \tilde{A}_j \times \tilde{A}_j} = \left(\frac{u_i^2}{u_i^2 + u_j^2}, \frac{\alpha_i^2}{\alpha_i^2 + \alpha_j^2}, \frac{\beta_i^2}{\beta_i^2 + \beta_j^2} \right), \qquad (2.3.2.1.3)$$

$$p_{ij}^k = g\left(f\left(\tilde{A}_i, \tilde{A}_j\right)\right) = \frac{u_i^2}{u_i^2 + u_j^2}. \qquad (2.3.2.1.4)$$

ამორჩეული ქვესიმრავლის გამოყენება ალტერნატივების შესაფასებლად. ზოგჯერ გდპ-ები უპირატესობას ანიჭებენ ზოგიერთ ალტერნატივას S-დან ანუ იძლევიან S-ის ამორჩეულ ქვესიმრავლეს $\bar{S} = \left\{ S_{i_1}, \dots, S_{i_m} \right\}$. ამ თემაში, ალტერნატივები $\bar{S}$-ში ექვივალენტურია და დომინირებენ მათზე S-ის მარცხნივ. ასევე $S / \bar{S}$-ში ალტერნატივები ერთმანეთის ექვივალენტურია. ამრიგად, ფაზი უპირატესობათა დამოკიდებულება რაიმე ორ S_i და S_j ალტერნატივაზე შეიძლება იყოს განსაზღვრული შემდეგნაირად:

$$p_{ij}^k = \begin{cases} 1, & if\ S_i \in \bar{S}, S_j \in S / \bar{S}, \\ & \qquad 1 \leq i \neq j \leq m. \\ 0.5, & otherwise \end{cases} \qquad (2.3.2.1.5)$$

ფაზი ამორჩეული ქვესიმრავლის გამოყენება ალტერნატივების შესაფასებლად. ზოგჯერ e_k ($e_k \in E$) გდპ-ს შეუძლიათ გამოხატონ თავიანთი უპირატესობა ზოგიერთ ალტერნატივაზე (S -ს $\tilde{S}$ ქვესიმრავლე) ფაზი რიცხვებით ან ლინგვისტური ტერმინებით. S-ში რაიმე ორი S_i და S_j ალტერნატივისთვის, თუ ისინი ორივე

ეკუთვნიან $\tilde{S}$ -ს, სადაც $l_i^k=(u_i,\alpha_i,\beta_i)$ და $l_j^k=(u_j,\alpha_j,\beta_j)$, მაშინ ფაზი უპირატესობათა დამოკიდებულება მათზე შეიძლება განისაზღვროს როგორც:

$$p_{ij}^k=g\left(f\left(l_i^k,l_j^k\right)\right)=\frac{u_i^2}{u_i^2+u_j^2},\ 1\le i\ne j\le m. \qquad (2.3.2.1.6)$$

სადაც $f(\cdot)$ განსაზვრულია (2.3.2.1.3)-ში, ხოლო $g(\cdot)$ - განმარტება 2.3.2.1-ში.

თუ S_i და S_j ალტერნატივები ორივე არ ეკუთვნის $\tilde{S}$ -ს, მაშინ

$$p_{ij}^k=0.5,\ 1\le i\ne j\le m. \qquad (2.3.2.1.7)$$

თუ $S_i\in\tilde{S}\wedge S_j\notin\tilde{S}$, მაშინ $p_{ij}^k=u_i,\ 1\le i\ne j\le m.$ (2.3.2.1.8)

წყვილური შედარების გამოყენება ალტერნატივების შესაფასებლად. დავუშვათ, e_k ($e_k\in E$) გდპ-ები გამოხატავენ თავიანთ უპირატესობას წყვილური შედარების მატრიცის ფორმის სახით, $H=(h_{ij})_{mxm}$. ავღნიშნოთ S_i ალტერნატივის დამოკიდებულებითი მნიშვნელობა როგორც $w_i, i=1,.....,m.$ მაშინ ბაზას წარმოადგენს გეომეტრიული მნიშვნელობის მეთოდი. აღნიშნული მეთოდი შეიძლება გამოვიყენოთ w_i -ების მისაღებად,

$$w_i=\left[\prod_{j=1}^m h_{ij}\right]^{1/m}\Bigg/\sum_{r=1}^m\left[\prod_{j=1}^m h_{rj}\right]^{1/m},\ i=1,...,m. \qquad (2.3.2.1.9)$$

ამრიგად, ალტერნატივებზე უპირატესობათა ინფორმაცია წყვილური შედარების მატრიცის ფორმაში შეიძლება ტრანსფორმირდეს ფაზი უპირატესობათა დამოკიდებულებაში,

$$p_{ij}^k=\frac{w_i}{w_i+w_j}=\left[\prod_{r=1}^m h_{ir}\right]^{1/m}\Bigg/\left(\left[\prod_{r=1}^m h_{ir}\right]^{1/m}+\left[\prod_{r=1}^m h_{jr}\right]^{1/m}\right),\ 1\le i\ne j\le m. \qquad (2.3.2.1.10)$$

2.3.2.2. ინდივიდუალური ფაზი- უპირატესობათა დამოკიდებულების აგრეგირება.

გდპ-ების მიერ ალტერნატივებზე უპირატესობათა ინფორმაცია გადაყვანილ იქნა ფაზი უპირატესობათა დამოკიდებულებაში. შემდეგი ნაბიჯია უნიფორმირებული უპირატესობათა ინფორმაციის აგრეგირება სოციალურ ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულებაში. სოციალური სუბიექტური ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულება შეიძლება იყოს ფორმირებული დალაგებული წონითი საშუალო

(OWA) ოპერატორის გამოყენებით ინდივიდუალური ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულების აგრეგირებისთვის [12]. OWA ოპერატორი არის ყველაზე ეფექტური და გავრცელებული ინდივიდუალური ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულების აგრეგირებისთვის. OWA ოპერატორი შემდეგნაირად განსაზღვრული ფუნქციაა $F:[0,1]^k \to [0,1]$ (2.3.2.1.11).

ამ თემაში აგრეგირებისთვის $p_{ij}^1, p_{ij}^2, ..., p_{ij}^k$ არიან ასოცირებული წონითი ვექტორით

$$V=[v_1,.....,v_k],\ \ v_h \in [0,1],\quad h=1,....,k,\quad \sum_{h=1}^{k} v_h = 1,$$

$$F\left(p_{ij}^1,....,p_{ij}^k\right)=V\cdot C^T = \sum_{h=1}^{k} v_h c_h,\ \ 1 \le i \ne j \le m, \qquad (2.3.2.1.12)$$

სადაც $C=[c_1,....,c_k]$ და c_h არის h-ური უდიდესი მნიშვნელობა $p_{ij}^1, p_{ij}^2, ..., p_{ij}^k$ $h=1,...,k$ კოლექციებს შორის. $P^l=(p_{ij}^l)_{mxm}$ არის ალტერნატივებზე უპირატესობათა ფაზი დამოკიდებულების მატრიცა e_l გდპ-სგან, $l=1,...,k$.

წონითი ვექტორი V შეიძლება მივიღოთ Q პროპორციული კვანტორის გამოყენებით [13, 14],

$$v_h = Q(h/K) - Q((h-1)/K),\ h=1,....,K, \qquad (2.3.2.1.13)$$

სადაც Q შეიძლება იყოს ფაზი-ლინგვისტური კვანტორი (a,b) წყვილებით [13,14,15]. თუ $p_{ij}^1, p_{ij}^2, ..., p_{ij}^k$ დაკავშირებულია აუცილებლად $z_1, z_2, ..., z_k$ და t_h აუცილებლად ასოცირებულია c_h-ით, $h=1,...,K$, მაშინ (2.3.2.1.13) ფორმულა შეიცვლება შემდეგნაირად:

$$v_h = Q\left(\frac{\sum_{l=1}^{h} t_l}{\sum_{l=1}^{K} t_l}\right) - Q\left(\frac{\sum_{l=1}^{h-1} t_l}{\sum_{l=1}^{K} t_l}\right),\ h=1,....,K, \qquad (2.3.2.1.14)$$

ალტერნატივების ამორჩევა. QGDD და QGNDD შეიძლება გამოთვლილი იქნას ყველაზე სასურველი ალტერნატივის ამოსარჩევად.

ა) QGDD გამოიყენება დომირების ხარისხის განსაზღვრისათვის ერთი ალტერნატივისთვის სხვების მიმართ არამკაფიო აზრით.

$$QGDD_i = F_Q\left(p_{ij}^l,\ j=1,....,m,\ j \ne i\right),\ \ i=1,...,m \qquad (2.3.2.1.15)$$

სადაც $F(\cdot)$ განსაზვრულია (2.3.2.1.12)-ში, ხოლო Q არის ფაზი ლინგვისტური კვანტორი.

ბ) QGNDD წარმოადგენს ხარისხს, რომლითაც S_i ალტერნატივა მკაცრად დიმინირებს S_j ალტერნატივაზე.

$$QGNDD_i = F_Q\left(1 - p_{ji}^N,\ j = 1,....,m,\ j \neq i\right),\ i = 1,...,m \qquad (2.3.2.1.16)$$

სადაც $p_{ji}^N = \max\left\{p_{ji}^I - p_{ij}^I, 0\right\}$.

ალტერნატივა უდიდესი QGDD და QGNDD კვანტორებით არის ამორჩეული როგორც გდპ-ის არჩევანი. ალტერნატივა მაქსიმალური დომინირების ხარისხით და მაქსიმალური არადომინირების ხარისხით იქნება ამორჩეული როგორც გადაწყვეტილების მიღების პრობლემის გადაჭრა,

$$S^{QGDD} = \left\{S_i \mid S_i \in S,\ QGDD_i = \sup_{S_i \in S} QGDD_j\right\}, \qquad (2.3.2.1.17)$$

$$S^{QGNDD} = \left\{S_i \mid S_i \in S,\ QGNDD_i = \sup_{S_i \in S} QGNDD_j\right\}, \qquad (2.3.2.1.18)$$

საილუსტრაციო მაგალითი: ავტომატურ მომხმარებელს სურს ავტომატის ამორჩევა და სთხოვს რვა ექსპერტს დახმარებას გადაწყვეტილების მიღებაში.

გვაქვს ოთხი ალტერნატივა: S_1, S_2, S_3, S_4

გათვალისწინებული ატრიბუტებია:

R_1 : ღირებულება ($10,0000)

R_2 : სიჩქარე (მ/წმ)

R_3 : განმეორებადობა

R_4 : ტვირთის ტევადობა (კგ)

სადაც R_2 და R_4 სარგებლიანობის ტიპისაა, ხოლო R_1 და R_3 ღირებულებითი ტიპის.

გადაწყვეტილების მატრიცას შემდეგი სახე აქვს:

$$A = \begin{pmatrix} 3.0 & 100 & 10 & 7 \\ 2.5 & 80 & 8 & 5 \\ 2.2 & 70 & 12 & 9 \\ 1.8 & 50 & 20 & 11 \end{pmatrix}$$

გვყავს რვა $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8$ ექსპერტი და იძლევიან თავიანთ შეფასებებს:

• e_1 გამოხატავს თავის უპირატესობას დალაგებული ვექტორის სახით, $O^1 = \{3, 1, 2, 4\}$.

• e_2 გამოხატავს თავის უპირატესობას გამოყენებითი მნიშვნელობის ვექტორის სახით, $U^2 = \{0.7, 0.9, 0.6, 0.3\}$.

• e_3 გამოხატავს უპირატესობას ლინგვისტური ტერმინების ვექტორის სახით, L^3 = (“რიგიანი”, “კარგი”, “კარგი”, “ძალიან კარგი”).

• e_4 წარმოადგენს თავის უპირატესობას არამკაფიო უპირატესობათა დამოკიდებულების მატრიცის სახით P^4 .

• e_5 იყენებს ნორმალურ არამკაფიო ინფორმაციას, S_1 უმჯობესია S_3 -ზე, S_2 უმჯობესია S_4 -ზე.

• e_6 იძლევა ამორჩეულ ქვესიმრავლეს $\{S_3, S_4\}$.

• e_7 იძლევა არამკაფიო ამორჩეულ ქვესიმრავლეს $\{(S_2, \text{"}good\text{"}), (S_4, \text{"}very\ good\text{"})\}$.

• e_8 იძლევა ალტერნატივებზე წყვილურ შედარებას შემდეგნაირად

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1/7 & 1/3 & 1/5 \\ 7 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 1/3 & 1 & 1/2 \\ 5 & 1/2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2.3.2.1.1) - (2.3.2.1.10) ფორმულებში ტრანსფორმირების ფუნქციების გამოყენებით ამ ექსპერტების მიერ მიიღება უნიფორმირებული ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულების მატრიცები. შემდეგ, რვა ექპერტის აზრით აგრეგირებისთვის გამოიყენება OWA ოპერატორი ფაზი-ლინგვისტური კვანტორით “ყველაზე”, შესაბამისი წონითი ვექტორით $(0, 0, 0.15, 0.25, 0.25, 0.25, 0.1, 0)^T$. (2.3.2.1.12), (2.3.2.1.13) და (2.3.2.1.14) ფორმულების გამოყენებით ვღებულობთ სოციალურ ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულების მატრიცას

$$P^S = \begin{pmatrix} - & 0.3103 & 0.3373 & 0.2696 \\ 0.6413 & - & 0.5705 & 0.5935 \\ 0.6121 & 0.3853 & - & 0.4960 \\ 0.6324 & 0.2885 & 0.4160 & - \end{pmatrix}.$$

(2.3.2.1.15) ფორმულის გამოყენებით, თითოეული ალტერნატივისთვის მიიღება QGDD – ის მნიშვნელობები როგორც $d_1 = 0.3028, d_2 = 0.6527, d_3 = 0.5131, d_4 = 0.3380.$ (2.3.2.1.16) ფორმულის გამოყენებით, თითოეული ალტერნატივისთვის მიიღება QGNDD – ის მნიშვნელობები როგორც $d_1 = 0.6416, d_2 = 1.0000, d_3 = 0.9484, d_4 = 0.8493.$ ამიტომ ამორჩეულია S_2 ალტერნატივა.

როგორც ვნახეთ განხილული საკითხის მთავარი აზრი მდგომარეობს MADM-ის პრობლემაში, გდპ-ების მიერ ალტერნატივებზე უპირატესობათა ინფორმაციის სხვადასხვა წარმოდგენის ფორმების გამოყენებაში. მრავალჯერადი ატრიბუტული გდპ-ების მიერ ალტერნატივებზე უპირატესობათა ინფორმაციის სხვადასხვა ფორმები გადაყვანილ იქნა ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულებაში და აგრეგირებული – სოციალურ ფაზი-უპირატესობათა დამოკიდებულებაში. ალტერნატივების ამორჩევა მოხდა ფაზი მაჟორული მეთოდის გამოყენებით, თითოეული ალტერნატივისთვის გამოთვლილია QGDD-ის და QGNDD – ის მნიშვნელობები.

თავი III. კვლევის მოსალოდნელი შედეგები.

განზოგადდება აგრეგირების OWA-ს ტიპის ოპერატორები კომბინირებულ განუზღვრელ გარემოში (ობიექტური + სტოქასტური + ფაზი). შეისწავლება აგებული ოპერატორების ინფორმაციული ზომები (ORNESS, BALANS, DEV, ENT). მოხდება შედეგების წარდგენა, როგორც ადგილობრივ, ასევე საერთაშორისო კონფერენციებზე. შეიქმნება ერთი ან ორი კვლევითი სტატია საერთაშორისო მნიშვნელობის ჟურნალში გადასაცემად. ინტელექტუალური სისტემის, როგორც პროგრამული პროდუქტის შექმნის სარგებლიანობის თვალსაზრისით მოეწყობა შეხვედრები სტრატეგიულ მენეჯმენტში დაინტერესებულ იურიდიულ პირებთან (ბანკები, სახელმწიფო ორგანიზაციები - სამინისტროები და ა.შ.).

დასკვნა

მიმდინარე კვლევა ძირითადად წარმოადგენს ფაზი-სიმრავლლეების და ფაზი-მიმართებების თეორიის მოკლე მიმოხილვას, რომელიც საფუძველია MADM-ის მეთოდოლოგიის ფაზი-ვარიანტის.

ნაშრომში ასევე წარმოდგენილია MADM-ის მეთოდოლოგიის მიმოხილვა ფაზი-განუზღვრელ გარემოში. განხილულია დემპსტერ-შეიფერის ტემპორალიზებული ნდობის სტრუქტურის შესაძლო გამოყენების ვარიანტები MADM-ის ამოცანებში. საილუსტრაციოდ წარმოდგენილია MADM-ის ერთი ამოცანა.

გამოყენებული ლიტერატურა

[1] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," Information and Control, vol. 8, no. 3, pp. 338-353, June 1965.http://www-bisc.cs.berkeley.edu/Zadeh-1965.pdf

[2] Gia Sirbiladze, ExtremalFuzzy DynamicSystems. Theory and Applications.IFSR International Series on Systems Science and Engineering, Springer, New York-Heidelberg- Dordrecht- London, 422 p.28, 2013.

[3] G. Sirbiladze, About a Universal Representation-Interpretator of a Fuzzy Measure. Bulletin of the GeorgianAcademy of Sciences. 170, N3,2004, 454-457.

[4] http://www.dma.fi.upm.es/java/fuzzy/fuzzyinf/fuzzyop_en.htm

[5] http://www.intuit.ru/department/ds/fuzzysets/1/fuzzysets_1.html

[6] http://www.intuit.ru/department/ds/fuzzysets/2/fuzzysets_2.html

[7] G. J. Klir and T. A. Folger, "Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information", State University of New York, Binghamton, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 07632. pp. 27-32. (1988).

[8] G.J.Klir, M.J.Wierman, Uncertainty-Based Information. Element Of Generalized Information Theory, Studies in Fuzziness and Soft Computing, Phisica-Verlag, Heidelberg, 1998. pp 22-30.

[9] G. Sirbiladze and G. Khachidze, Decision-Making Aiding Fuzzy Information Analysis in Investments. Part II: Dempster-Shafer's Expected Utility in Investments. Proc. of JavakhishviliTbilisiStateUniversity, Applied Mathematics, Computer Sciences, Vol.353(22-23), 95-108, 2003;

[10] Gia Sirbiladze, Anna Sikharulidze, "Dempster-Shafer Temporalized Belief Structure on Expert knowledge Streams", Part I. Theoretical Foundations, Proccedings of 10th International conference on Intelligent Systems Design and Applications (ISDA'10) held in Cairo, Egypt during November 29 – December 01, 2010, p.68.

[11] Quan Zhang, Jian Ma, Zhiping Fan, Jingtai Wu, Qi Sun, Jun Meng, "Uniformity on the Preference Information on Alternatives in Multiple Attibute Decision Making", 0-7803-7078-3/01/$10.00(c)2001 IEEE, pp. 697-702.

[12] R.R. Yager, "On Ordered Weighted Averaging Aggregation Operators in Multicriteria Decision Making", IEEE Transactions on Systems, Man anf Cybernetics, Vol. 18, 1988, pp 183-190.